Резолюция B1.3. Определение барицентрической и геоцентрической опорных систем отсчёта

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. что резолюция A4 21-ой Генеральной ассамблеи (1991 год) дала определения системам координат пространства–времени в рамках общей теории относительности для (а) Солнечной системы (называемой теперь барицентрической небесной системой отсчёта, Barycentric Celestial Reference System, BCRS) и (б) Земли (называемой теперь геоцентрической небесной системой отсчёта, Geocentric Celestial Reference System, GCRS),

2. желание записать метрические тензоры как в барицентрической, так и в геоцентрической системах в компактной и самосогласованной форме, и

3. факт, что значительные работы по теории относительности выполнены при использовании гармонических координатных условий, оказавшихся полезными и упрощающими для многих типов приложений,

рекомендует

1. выбор гармонических координат в обоих, барицентрической и геоцентрической системах отсчёта,

2. в барицентрической системе в координатах $(t, \vec{x})$ (t = барицентрическое координатное время, Barycentric Coordinate Time, TCB) записывать компоненты метрического тензора время-время и пространство-пространство с помощью одного скалярного потенциала $w(t, \vec{x})$, обобщающего ньютоновский потенциал, и компоненты пространство-время с помощью векторного потенциала $w^i(t, \vec{x})$, предполагая в качестве граничных условий, что оба потенциала исчезают при удалении от Солнечной системы,

   в явной форме

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4},$$
$$g_{0i} = -\frac{4}{c^3} w^i,$$
$$g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2}{c^2} w\right),$$

   где

$$w(t, \vec{x}) = G \int d^3\vec{x}' \frac{\sigma(t, \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} + \frac{1}{2c^2} G \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int d^3\vec{x}' \sigma(t, \vec{x}') |\vec{x} - \vec{x}'|,$$

$$w^i(t, \vec{x}) = G \int d^3\vec{x}' \frac{\sigma^i(t, \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|},$$

   G — гравитационная постоянная, σ и σ^i - плотности энергии и импульса соответственно.

3. в геоцентрической системе в координатах $(T, \vec{X})$ (T = геоцентрическое координатное время, Geocentric Coordinate Time, TCG) записывать компоненты метрического тензора в той же форме, что и для барицентрической системы, но с потенциалами $W(T, \vec{X})$ и $W^a(T, \vec{X})$; эти геоцентрические потенциалы разделять на две части — величины W_E и W_E^a, возникающие в результате гравитационного действия Земли, и внешние части W_{ext}, W_{ext}^a, обусловленные приливными и инерционными эффектами;

предполагается, что внешние части потенциалов метрики исчезают в геоцентре и разложены в ряд по положительным степеням величины $\vec{X}$,

в явной форме

$$G_{00} = -1 + \frac{2W}{c^2} - \frac{2W^2}{c^4},$$

$$G_{0a} = -\frac{4}{c^3}W^a,$$

$$G_{ab} = \delta_{ab}\left(1 + \frac{2}{c^2}W\right),$$

потенциалы W и W^a разделены согласно формулам

$$W(T, \vec{X}) = W_E(T, \vec{X}) + W_{ext}(T, \vec{X}),$$

$$W^a(T, \vec{X}) = W_E^a(T, \vec{X}) + W_{ext}^a(T, \vec{X}),$$

величины W_E и W_E^a находят тем же путём, что и функции w и w^i, с небольшим отличием: параметры вычисляют в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта и интегралы берутся по поверхности, охватывающей Землю.

4. применять, если того требует точность вычислений, полные постньютоновские формулы преобразования координат между барицентрической и геоцентрической небесными системами отсчёта; формулы преобразования обусловлены видом соответствующих метрических тензоров;

   в явной форме, для кинематически невращающейся геоцентрической системы отсчёта (GCRS) ($T = TCG, t = TCB, r_E^i = x^i - x_E^i(t)$, по повторяющимся индексам выполняется суммирование от 1 до 3),

$$\begin{aligned} T = t &- \tfrac{1}{c^2}\left[A(t) + v_E^i r_E^i\right] \\ &+ \tfrac{1}{c^4}\left[B(t) + B^i(t) r_E^i + B^{ij}(t) r_E^i r_E^j + C(t, \vec{x})\right] + O(c^{-5}), \end{aligned}$$

$$\vec{X}^a = \delta_{ai}[r^i_E + \tfrac{1}{c^2}(\tfrac{1}{2}v^i_E v^j_E r^j_E$$
$$+ w_{ext}(\vec{x}_E) r^i_E + r^i_E a^j_E r^j_E - \tfrac{1}{2} a^i_E r^2_E)] + O(c^{-4}),$$

где

$$\frac{d}{dt}A(t) = \frac{1}{2}v^2_E + w_{ext}(\vec{x}_E),$$

$$\frac{d}{dt}B(t) = -\frac{1}{8}v^4_E - \frac{3}{2}v^2_E w_{ext}(\vec{x}_E) + 4v^i_E w^i_{ext}(\vec{x}_E) + \frac{1}{2}w^2_{ext}(\vec{x}_E),$$

$$B^i(t) = -\frac{1}{2}v^2_E v^i_E + 4w^i_{ext}(\vec{x}_E) - 3v^i_E w_{ext}(\vec{x}_E),$$

$$B^{ij}(t) = -v^i_E \delta_{aj} Q^a + 2\frac{\partial}{\partial x^j} w^i_{ext}(\vec{x}_E) - v^i_E \frac{\partial}{\partial x^j} w_{ext}(\vec{x}_E) + \frac{1}{2}\delta^{ij}\dot{w}_{ext}(\vec{x}_E),$$

$$C(t,\vec{x}) = -\frac{1}{10} r^2_E \left(\dot{a}^i_E r^i_E\right),$$

x^i_E, v^i_E, a^i_E — компоненты барицентрических векторов положения, скорости и ускорения Земли, точка означает полную производную по времени и

$$Q^a = \delta_{ai}\left[\frac{\partial}{\partial x^i} w_{ext}(\vec{x}_E) - a^i_E\right].$$

Внешние потенциалы, w_{ext} и w^i_{ext}, заданы формулами

$$w_{ext} = \sum_{A\neq E} w_A, w^i_{ext} = \sum_{A\neq E} w^i_A,$$

где E соответствует Земле, а w_A и w^i_A определены выражениями для w и w^i, причём интегралы вычисляются по поверхности, охватывающей только тело A.

Замечания

Выражения для w и w^i дают компоненту g_{00} с точностью до $O(c^{-6})$, компоненту g_{0i} с точностью до $O(c^{-5})$ а g_{ij} — с точностью до $O(c^{-4})$. Плотности σ и σ^i определяются тензором энергии–импульса материи, составляющей тела Солнечной системы. Точность величин G_{ab} относительно c^{-n} соответствует точностям для компонент $g_{\mu\nu}$.

Внешние потенциалы могут быть представлены в форме

$$W_{ext} = W_{tidal} + W_{iner},$$

$$W^a_{ext} = W^a_{tidal} + W^a_{iner}.$$

W_{tidal} *обобщает классическое выражение для приливного потенциала. Постньютоновские поправки к* W_{tidal} *и* W^a_{tidal} *можно найти в литературе. Потенциалы* W_{iner} *и* W^a_{iner} *являются инерционной частью, линейной по* X^a. *Вид первого из них определяется, в основном, взаимодействием сжатия Земли с внешним потенциалом. В кинематически невращающейся геоцентрической небесной системе отсчёта потенциал* W^a_{iner} *описывает силу Кориолиса, обусловленную в большей своей части геодезической прецессией.*

Наконец, локальные гравитационные потенциалы W_E , W^a_E *Земли связаны с барицентрическими гравитационными потенциалами соотношениями*

$$W_E(T, \vec{X}) = w_E(t, \vec{x}) \left(1 + \frac{2}{c^2} v^2_E\right) - \frac{4}{c^2} v^i_E w^i_E(t, \vec{x}) + O(c^{-4}),$$

$$W^a_E(T, \vec{X}) = \delta_{ai} \left(w^i_E(t, \vec{x}) - v^i_E w^i_E(t, \vec{x})\right) + O(c^{-2}).$$

Литература

Brumberg V.A., Kopeikin S.M., 1988, *Nouvo Cimento* B **103**, 63.

Brumberg V.A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics* , Hilger, Bristol.

Damour T., Soffel M., Xu C., *Physical Review D* , **43**, 3273 (1991); **45**, 1017 (1992); **47**, 3124 (1993); **49**, 618 (1994).

Klioner S. A., Voinov A.V., 1993, *Physical Review D* , **48**, 1451.

Kopeikin S.M., 1989, *Celestial Mechanics* , **44**, 87.