

104 года стандарта вычислений астрометрии

Выполнен перевод и дан расширенный комментарий резолюций Международного астрономического союза о системах отсчёта пространства–времени.

Содержание

Предисловие	2
1 Опорные системы координат	6
1.1 Земное и небесное	6
1.2 Резолюции В1.1 и В1.2 24-ой Генеральной ассамблеи МАС	11
1.3 Небеса остановленные	14
2 Постньютоновское приближение	16
2.1 Пространство–время	16
2.2 Резолюции В1.3, В1.4, В1.5 и В1.9 24-ой Генеральной ассамблеи МАС	19
2.3 Релятивизм затягивает	30
3 Модель прецессии и нутации	37
3.1 Классический подход	37
3.2 Резолюция В1.6. Модель прецессии и нутации МАС 2000	41
3.3 Улучшение лучшего	43

4	Параметры вращения Земли	48
4.1	Варианты преобразований	48
4.2	Резолюции В1.7 и В1.8 24-ой Генеральной ассамблеи МАС	52
4.3	Точность — микросекунда	56
	Послесловие	60

Список иллюстраций

1	Разности положений	5
2	Релятивистские поправки	31
3	Изменение поправки δx за 100 лет от эпохи J2000.0 . .	35
4	Движение эклиптики и экватора	38
5	Истинный экватор и экватор даты	40
6	Небесный промежуточный экватор	50
7	Изменение параметра $s(t)$ за сто лет от эпохи J2000.0 .	57
8	Отличия шкал звездного времени	58
9	Теоретическая часть движения полюса	59

Предисловие

В марте 1896 года сэра Саймон Ньюком (sir Simon Newcomb) шестидесяти лет от роду сошёл на берег французского порта Гавр. На весенней встрече директоров национальных Астрономических Ежегодников в Париже он доложил результаты тридцатипятилетнего творчества. Существует мнение, что с того памятного выступления астрономия приобрела характер коллективной науки. Учёные пришли к выводу, что работы, проводимые в различных обсерваториях, должны опираться на одинаковый, доступный всем стандарт вычислений,

использовать одни и те же фундаментальные постоянные и каталоги звёзд.

В августе 2000 года в городе Манчестер состоялась 24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза (МАС, International Astronomical Union, IAU). На ассамблее были приняты постановления (резолюции В1.1 — В1.9) о системах координат и времени в Солнечной системе. Подготовкой материалов занимались комиссии первого подразделения МАС. Подразделение имеет название “Фундаментальная астрономия”, названия пяти комиссий, после небольших изменений, также утверждены на большой встрече астрономов: 4 — “Эфемериды”, 7 — “Небесная механика и динамическая астрономия”, 8 — “Астрометрия”, 19 — “Вращение Земли”, 31 — “Время”.

Как отмечают авторы постановлений и непосредственные участники событий, “резолуция В1 снабжает пользователей определениями, стандартными алгоритмами и параметрами для установления и преобразования на современном уровне точности опорных систем отсчёта пространства–времени в рамках общей теории относительности”.

Принятые постановления можно разделить на четыре группы:

1. В1.1, В1.2 : опорные системы координат;
2. В1.3, В1.4, В1.5, В1.9 : постньютоновское приближение;
3. В1.6 : модель прецессии и нутации;
4. В1.7, В1.8 : параметры вращения Земли.

Мировая компьютерная сеть содержит материалы многочисленных докладов и дискуссий по этой теме, но поскольку с 1 января 2003 года постановления МАС вступили в силу, то обсуждения, конечно же, отошли на второй план. Задача теперь — понять и принять происшедшие перемены. Полезная информация содержится в Интернете по адресам

<http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/models/models.html>

<http://maia.usno.navy.mil/conventions.html>

<http://maia.usno.navy.mil/conv2000.html>

<http://Infm1.sai.msu.su/neb/>.

Учёные ГАИШ МГУ принимали активное участие в подготовке постановлений как в их теоретической части, так и своей практической деятельностью. Текст резолюций В1.3, В1.4, В1.5, В1.9 в самых первых вариантах, вариантах для обсуждения, можно найти в публикациях профессора С.М.Копейкина, появившихся ещё в 1988 году. Ведущий научный сотрудник В.Е.Жаров и старший научный сотрудник С.Л.Пасынок в рамках работы над резолюцией В1.6 представили в рабочую группу МАС высокоточную модель нутации Земли, ставшую достойным конкурентом двум другим рассматриваемым теориям. Ведущий научный сотрудник А.В.Кузьмин, ведущий научный сотрудник К.В.Куимов и профессор В.В.Нестеров создали Опорный каталог Тихо, продолжив, тем самым, небесную опорную систему координат, определяемую в резолюциях В1.1 и В1.2, на совокупность почти одного миллиона слабых звёзд. Служба времени ГАИШ, руководимая профессором Н.С.Блиновым и, в настоящее время, старшим научным сотрудником Е.Н.Федосеевым, оперативно определяет параметры вращения Земли (резолюции В1.7, В1.8) с точностью, необходимой для нужд народного хозяйства и оборонного ведомства.

Далее в тексте выделены четыре раздела, по числу условных групп резолюции МАС. В каждом разделе по три подраздела. Один из них имеет общепознавательный характер, прослеживает путь от первых коллективных решений астрономов до современных стандартных соглашений. Перевод соответствующих пунктов резолюции МАС выполнен во втором подразделе. И, наконец, в третьих подразделах каждого из четырёх разделов дано, по-возможности, расширенное толкование терминов, обозначенных в основном документе, и приводятся результаты сравнительных вычислений.

Рис. 1 является первой иллюстрацией выполненных сравнений.

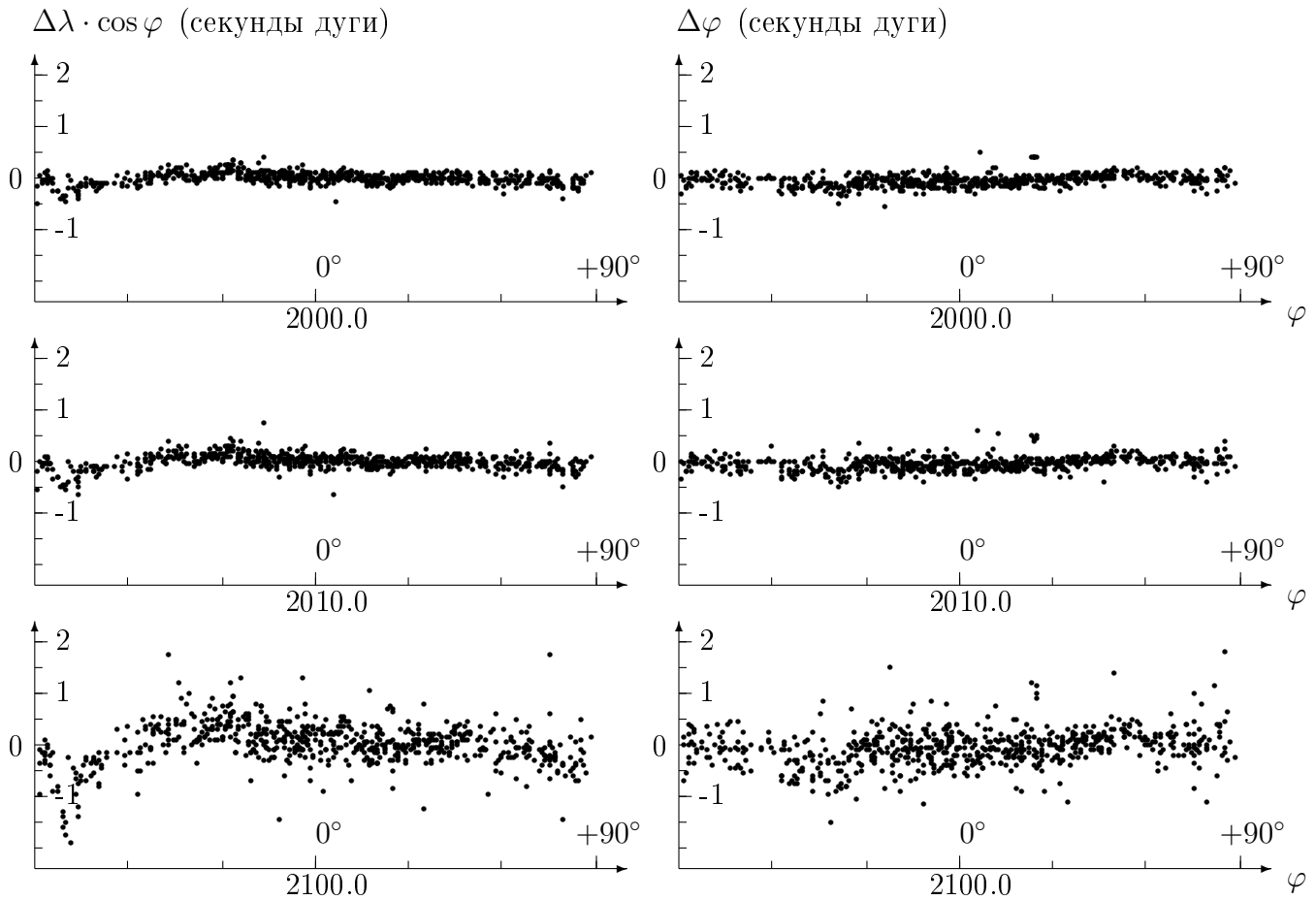


Рис. 1: Разности положений

Получен он следующим образом. Звёздные каталоги Гиппаркос и FK5 имеют подмножество, состоящее более чем из полутора тысяч одинаковых объектов. Для 660 общих звёзд, по яркости не превышающих 5^m , выполнен переход из небесной опорной системы координат в земную систему. Для объектов из каталога Гиппаркос использован стандарт вычислений, рекомендуемый в резолюциях МАС 2000. Те же самые звёзды с их положениями и собственными движениями, взятыми из каталога FK5, переведены в земную систему на основе моделей и численных значений постоянных параметров, принятых на ассамблеях МАС 1976 и 1980 годов. В земной системе координат положение объекта определяется долготой λ и широтой φ . Вычислены разности $(\lambda_F - \lambda_H) \cdot \cos \varphi_H$ и $\varphi_F - \varphi_H$ как функции широты φ_H .

Нижние индексы H и F соответствуют каталогам Гиппаркос и FK5. Первые два графика получены для стандартной эпохи J2000.0. Затем эпоха сдвинута на 10 лет. На двух последних графиках представлены разности положений выборки объектов двух опорных систем координат через 100 лет, в 2100 году.

1 Опорные системы координат

1.1 Земное и небесное

На историческом съезде 1896 года в Париже Саймон Ньюком представил систему астрономических постоянных, каталог звёздных положений и теории движения четырёх внутренних планет. Эти результаты вывели Морскую обсерваторию в Вашингтоне на ведущее место в мире и большую часть двадцатого века служили основой астрономических календарей во многих странах. Тогда же Институт астрономических вычислений в Гейдельберге (Германия, Heidelberg, Черничная гора) взял на себя заботу о создании высокоточных фундаментальных каталогов звёзд. В двадцатом веке последовательно были созданы фундаментальные каталоги NFK, FK3, FK4, FK5.

Совокупность определений, аналитических методов, таблиц и численных значений параметров, созданная астрономами в конце девятнадцатого века, за столетие претерпела значительные перемены, обусловленные автоматизацией и повышением точности наблюдений, важными открытиями атомной физики, прогрессом вычислительной техники, усилиями человечества в освоении космоса. Неизменным оставался подход к изучению движения двух воображаемых плоскостей, экватора и эклиптики.

Звёздные каталоги определяли положение плоскости экватора. Теории движения внутренних планет задавали положение плоскости эклиптики. Каталоги, теоретические исследования и наблюдения

устанавливали точку пересечения этих плоскостей, точку весеннего равноденствия. Теория вращения Земли, развиваемая геометрами с первых работ Леонарда Эйлера и включающая в себя прецессию и нутацию оси вращения, позволяла с достаточной точностью связать между собой истинный экватор даты, средний подвижный экватор и фиксированный экватор на заданную эпоху каталога. Астрономические наблюдения на специальных телескопах, входящих в систему Международного бюро времени и Международной службы движения полюсов, более восьмидесяти лет двадцатого века обеспечивали пользователей оценками эмпирических параметров, характеризующих качания тела Земли относительно оси вращения: координатами полюса и разностью между моментами времени, определяемыми по прохождением звёзд через меридиан, и шкалой равномерного времени.

Выдающуюся роль в развитии стандарта вычислений астрометрии сыграл директор института в Гейдельберге Вальтер Фрикке. Он руководил подготовкой четвёртого и пятого Фундаментальных каталогов, установил источник возникновения погрешности численного значения постоянной прецессии. Весной 1985 года в США прошёл научный симпозиум по случаю семидесятилетия учёного. И сам юбиляр, и многочисленные гости заслушали интереснейшие доклады, опубликованные затем в журнале

Celestial Mechanics, **37**(3), 1985. *Специальный выпуск. Фундаментальная астрономия и динамика Солнечной системы.*

Символично, что и симпозиум, и место, и время его проведения выглядят как благодарность прошлому и вопрос будущему. В астрометрии, небесной механике, геодезии и геодинамике заявили о себе молодые, энергичные учёные, умеющие и любящие рассуждать обо всём и сразу (just to talk with love about anything). Новые, высокотехнологичные методы астрометрии, пребывавшие в стадии постепенного совершенствования, получили к тому моменту заказы и финанси-

ние от военно-промышленного комплекса. В странах Америки, Европы, Азии и Австралии с Океанией были построены радиотелескопы, участвующие в наблюдениях удалённых радиоисточников на интерферометрах со сверхдлинной базой (Very Long Base Interferometry, VLBI), и станции лазерной локации искусственных спутников Земли (Satellite Laser Range, SLR) и Луны (Lunar Laser Range, LLR). В 1988 году на этой основе была создана Международная служба вращения Земли.

Принцип действия радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) прекрасно изложен в книге

Г.Мориц, А.Мюллер. Вращение Земли: теория и наблюдения. Киев, Наукова Думка, 1992.

Вот как это выглядит в классическом переводе профессора В.В.Нестерова:

Основными наблюдательными данными, получаемыми с помощью микроволнового интерферометра для геодезических и астрометрических исследований, являются измерения временных интервалов между приёмом сигнала, излучённого внегалактическим радиоисточником, на двух концах базы интерферометра. Такой интервал называют задержкой, а его производная по времени — наблюдённая частота интерференции. По достаточному ряду этих данных как функций времени могут быть определены геометрия базовой линии интерферометра и положения наблюдённых радиоисточников.

Экваториальные координаты внегалактических радиоисточников, полученные осреднением данных многолетних измерений, могли бы задавать систему отсчёта, которая, в отличие от систем звёздных каталогов, является неизменной во времени. Так это и произошло. В 1998 году положения избранных квазаров постулированы как стандарт небесных координат. Остановив движение небес, учёные получили возможность на основе тех же наблюдений изучать собственные

движения обсерваторий относительно стандарта земных координат, обусловленные как неравномерностью вращения Земли, так и смещениями континентов. Оказалось, что вековые смещения обсерваторий составляют от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров в год.

Беспрецедентная точность современных методов астрометрических наблюдений достигается ценой больших капиталовложений и весомых затрат энергоресурсов. Особенную трудность представляют сбор информации и предварительная обработка результатов измерений на радиоинтерферометрах со сверхдлинной базой.

Каждый из методов, взятый сам по себе, содержит ограничения на количество и качество определяемых параметров, то есть, в терминологии метода наименьших квадратов, имеет дефект ранга. Использование всех методов и всей совокупности наблюдательной информации существенно исправляет ситуацию. Данные о временных задержках и частотах интерференции, например, не закрепляют положение измерительной базы относительно центра Земли, тогда как обработка дальностей до ИСЗ Лагос однозначно даёт осреднённые на интервалах от нескольких месяцев до одного года геоцентрические координаты станций лазерной локации. С другой стороны, прецессия и нутация оси вращения Земли проявляются в относительных дальномерных наблюдениях только динамически, посредством уравнений движения искусственного спутника, зато РСДБ-алгоритмы определяют поправки мгновенных вычисленных значений нутации по долготе и нутации в наклоне. Обработка данных лазерной локации Луны осложняется необходимостью оценивания нескольких десятков свободных параметров, однако уже двадцатилетней серии наблюдений достаточно для согласования системы координат, задаваемой современными численными теориями движения планет Солнечной системы, с положениями наземных обсерваторий, а через них и с направлениями на удалённые радиоисточники.

Целенаправленные усилия мирового сообщества по совершенствованию техники, методики и алгоритмов обработки наблюдений позволили в момент окончания второго тысячелетия сформулировать новые определения для установления земной и небесной стандартных опорных систем отсчёта.

Международная земная стандартная опорная система отсчёта (International Terrestrial Reference System, ITRS) в выбранный начальный момент времени t_0 задана положениями $\vec{R}(t_0)$ и скоростями $\vec{V}(t_0)$ станций, участвующих в современных геодинамических исследованиях. Положение наблюдательной станции в момент времени t вычисляется по формуле

$$\vec{R}(t) = \vec{R}(t_0) + \vec{V}(t_0) \cdot (t - t_0) + \sum_i \Delta \vec{R}_i(t),$$

где параметры смещения $\Delta \vec{R}_i(t)$ определяются на основе знаний по физике приливов. Поддержка и расширение Международной земной опорной системы координат (International Terrestrial Reference Frame, ITRF) — постоянная забота Международной службы вращения Земли (International Earth Rotation Service, IERS).

Международная небесная стандартная опорная система отсчёта (International Celestial Reference System, ICRS) задана высокоточными экваториальными положениями 608 внегалактических радиоисточников. Точка начала координат помещена в барицентр Солнечной системы. В оптическом диапазоне эту систему представляют каталог Гиппаркос и его расширения, например, Опорный каталог Тихо.

Список 608 внегалактических радиоисточников, задающих Международную небесную опорную систему координат (International Celestial Reference Frame, ICRF), состоит из 212 определяющих объектов, положение которых на небесной сфере не подвержено изменениям и известно с высочайшей точностью, не хуже 0.0003 секунды дуги, 294 источников — кандидатов на место среди определяющих

объектов и 102 квазаров, в положениях которых наблюдаются медленные изменения.

Формулы и алгоритмы преобразования между земной и небесной системами отсчёта составляют основное содержание постановления В1 24-ой Генеральной ассамблеи МАС.

1.2 Резолюции В1.1 и В1.2 24-ой Генеральной ассамблеи МАС

Резолюция В1.1. Установление и поддержание опорных систем координат

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

отмечая

1. что резолюция В2 23-ей Генеральной ассамблеи (1997 год) утверждает: “фундаментальной опорной системой должна стать Международная небесная опорная система координат (International Celestial Reference Frame, ICRF), построенная рабочей группой МАС”,
2. что резолюция В2 23-ей Генеральной ассамблеи (1997 год) утверждает: “каталог Гиппаркос (Hipparcos) должен стать первичной реализацией Международной небесной опорной системы координат (ICRF) в оптическом диапазоне длин волн”, и
3. необходимость аккуратного определения опорных систем, осуществлённых с беспрецедентной точностью, и

признавая

1. важность продолжения оперативных наблюдений, выполняемых с помощью радиоинтерферометров со сверхдлинной базой

(РСДБ, Very Long Based Interferometry, VLBI) для поддержания ICRF,

2. важность РСДБ-наблюдений для оперативного определения мгновенных численных значений величин, необходимых при уточнении зависящих от времени параметров преобразования между опорными небесной и земной системами координат,
3. прогрессирующее смещение между системой координат, задаваемой каталогом Гиппаркос, и небесной опорной системой координат, и
4. необходимость поддерживать реализацию опорной системы в оптическом диапазоне как можно ближе к небесной опорной системе координат,

рекомендует

1. в первом подразделении МАС сохранить рабочую группу по небесным опорным системам, сформированную из членов первого подразделения, для консультаций с Международной службой вращения Земли (International Earth Rotation Service, IERS),
2. признать международную геодезическую и астрометрическую сеть РСДБ как организацию, входящую в состав Международного астрономического союза,
3. официальных представителей международной РСДБ-службы пригласить для участия в рабочей группе МАС по небесным опорным системам отсчёта,
4. сохранить официальное представительство МАС в управляющей коллегии РСДБ-службы,
5. в астрометрических и геодезических программах РСДБ-наблюдений учитывать потребности поддержания ICRF и связи с оптической системой Гиппаркос в выборе источников для

наблюдений (особенно в южном полушарии), при проектировании расположения наблюдательных станций и при распределении данных, и

6. научному сообществу придать высокий приоритет продолжению наземных и космических наблюдений (а) для поддержания оптической системы Гиппаркос и опорных систем в других длинах волн и (б) для привязки этих опорных систем к Международной небесной опорной системе координат.

Резолюция В1.2. Небесная опорная система координат Гиппаркос.

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

отмечая

1. что резолюция В2 23-ей Генеральной ассамблеи (1997 год) утверждает: “каталог Гиппаркос (Hipparcos) должен стать первичной реализацией Международной небесной опорной системы координат (ICRF) в оптическом диапазоне длин волн”,
2. необходимость достижения высочайшей точности в этой реализации,
3. что собственные движения многих звёзд каталога Гиппаркос, известных или предполагаемых как компоненты кратных звёздных систем, к сожалению, возмущены неучтённым орбитальным движением,
4. активное использование каталога Гиппаркос как опорной системы для расширения ICRF на слабые звёзды,

5. необходимость избежать противоречий между Международной небесной опорной системой координат (ICRF) и системой координат каталога Гиппаркос, и
6. прогрессирующее смещение между системой координат, задаваемой каталогом Гиппаркос, и небесной опорной системой,

рекомендует

1. в резолюцию В2 23-ей Генеральной ассамблеи внести поправку об исключении из оптической реализации Международной опорной стандартной системы отсчёта (ICRS) всех звёзд, помеченных в каталоге Гиппаркос флагами С, G, O, V и X, и
2. модифицированную систему каталога Гиппаркос впредь называть небесной опорной системой координат Гиппаркос (Hipparcos Celestial Reference Frame, HCRF).

1.3 Небеса остановленные

Число объектов, исключаемых из оптической реализации в соответствии с резолюцией В1.2, составляет

$$С — 13211, G — 2622, O — 353, V — 288, X — 1561.$$

Общее их количество немного превышает 18000 в списке из почти 118000 звёзд каталога Гиппаркос.

Учёные Государственного астрономического института имени П.К.Штернберга приняли активное участие в распространении опорной системы Гиппаркос на почти один миллион более слабых объектов. Создан список звёзд (Опорный каталог Тихо, Tycho Reference Catalogue, TRC), содержащий высокоточные экваториальные координаты и собственные движения в Международной небесной опорной системе координат, список дополнен значениями звёздных величин

в шкалах B_t и V_t космического эксперимента Tycho и оценками погрешностей каждого из параметров.

К сожалению, учёные Российской Федерации пока ещё не подключились к международному проекту РСДБ-измерений.

Как уже упоминалось, положения опорных радиоисточников принимаются неизменными во времени. Точка начала отсчёта прямых восхождений на плоскости экватора Международной небесной опорной системы координат не связана с плоскостью эклиптики. Из этого следуют достаточно простые выводы:

1. классические определения, совершенно необходимые в предшествующих реализациях инерциальных систем отсчёта, как то подвижные и истинные экватор и точка весеннего равноденствия, уходят в прошлое,
2. полюс и начальная точка отсчёта прямых восхождений предыдущих реализаций инерциальной системы смещены относительно новых направлений осей OZ и OX , задаваемых высокоточными положениями удалённых радиоисточников,
3. каталог космического астрометрического эксперимента Гиппаркос содержит высокоточные собственные движения более 100000 звёзд в системе ICRS, что позволяет получить независимую оценку прецессии экватора по долготе и в наклоне.

Одна из предшествующих опорных систем координат, звёздная, основана на каталоге FK5 (the Fifth Fundamental Catalogue), а другая, динамическая, — на численной теории движения больших планет и Луны (ephemerides DE200/LE200), построенной относительно экватора и эклиптики, фиксированных на эпоху с юлианской датой 2451545.0, стандартная эпоха J2000.0. Полюс экватора стандартной эпохи смещён относительно полюса ICRS на 17.1 миллисекунды дуги в направлении 12^h по прямому восхождению и на 5.1 миллисе-

кунды дуги в направлении 18^h . Отличия положения полюса, задаваемого каталогом FK5, от полюса динамического экватора, может быть оценено величиной ± 50 миллисекунд дуги. Начальная точка прямого восхождения в эфемеридах планет с условным названием DE200/LE200, используемых в Астрономическом ежегоднике, смещена по отношению к направлению оси OX небесной опорной системы на -78 ± 10 миллисекунд дуги. Аналогичная точка каталога FK5 имеет смещение -22.9 ± 100 миллисекунд дуги.

В новых численных теориях движения Луны и планет, созданных в Лаборатории реактивного движения США, начиная с версии, обозначаемой DE403/LE403, понятие динамической средней точки равноденствия, вычисляемой по отношению к вращающейся эклиптике, заменено на термин средней точки равноденствия эпохи J2000.0 на фиксированной эклиптике. Смещение этой точки по прямому восхождению от направления оси OX для современных эфемерид оценивается величиной $d\alpha_0 = (-0.01460 \pm 0.00050)''$.

2 Постньютоновское приближение

2.1 Пространство–время

Теоретически и практически установлено, что пространство–время не может быть представлено математически в рамках единой координатной системы. Для того, чтобы обрабатывать современные астрономические наблюдения, необходимо использовать несколько релятивистских систем отсчёта.

Пространство–время определяется значениями 10 компонент метрического тензора $g_{\alpha\beta}$, каждая из компонент является функцией координатного времени и трёх пространственных координат, индексы α и β принимают значения 0, 1, 2, 3. Квадрат интервала имеет вид $d\tau^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, по повторяющимся индексам производится сумми-

рование, $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, c — скорость света, t — координатное время.

Метрические коэффициенты $g_{\alpha\beta}$ должны быть найдены в результате решения уравнений поля, для решения же необходимо знать координаты и скорости взаимодействующих тел. Это — математическая задача большой сложности, но при разумных ограничениях удаётся применить метод последовательных приближений. Разложение проводится по малому параметру, пропорциональному отношению либо квадратов скоростей частиц, либо потенциала их взаимодействия к квадрату скорости света. Решение уравнений поля в первом, постньютоновском, приближении со всей необходимой точностью соответствует достаточно медленным движениям небесных тел Солнечной системы и относительно небольшим силам их взаимного притяжения.

Десять компонент симметричного метрического тензора могут быть связаны между собой четырьмя произвольными соотношениями, так называемыми координатными условиями. Уравнения движения двух частиц в постньютоновском приближении были впервые получены Альбертом Эйнштейном на основе **изотропных** координатных условий. Вскоре после этого В.А.Фок вывел релятивистские уравнения поступательно–вращательного движения небесных тел с использованием **гармонических** координатных условий.

В учебнике “Теория поля” Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшица представлен лагранжиан системы взаимодействующих частиц в изотропных координатах. Все современные теории движения больших планет, Луны и Солнца, разрабатываемые в Лаборатории реактивного движения США (Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, USA), получены численным интегрированием релятивистских уравнений движения, записанных в постньютоновском приближении также с помощью изотропных координатных условий.

Эфемериды, созданные в Лаборатории реактивного движения,

скрывают в себе ещё одну особенность: аргументом для численного интегрирования уравнений движения является специально подобранная переменная T_{eph} , шкала которой очень близка шкале Атомного времени ТАІ. Один из руководителей Лаборатории реактивного движения США, профессор Е.М.Стэндиш (sir E.M.Standish), в докладе на международной конференции “Небесная механика — 2002: Результаты и перспективы”, состоявшейся в Институте прикладной астрономии Российской академии наук в сентябре 2002 года, сказал следующее:

Очевидно, что обращение с T_{eph} как независимой переменной то же самое, что и использование барицентрического координатного времени $TСВ$.

Существует множество задач, в которых не существенны отличия между шкалами земного времени $ТТ$ и T_{eph} , поскольку они никогда не расходятся между собой более, чем на 2 миллисекунды. В противоположность этому, разность между $ТТ$ и $TСВ$ возрастает на 0.5 секунды в год.

В чём сказывается преимущество вычислений эфемерид на основе $TСВ$? Абсолютно ни в чём. Более того, достаточно тривиально перевести размерности величин, используемых в программах Лаборатории реактивного движения, к единицам измерений, согласующихся со шкалой $TСВ$. Преобразование содержит простой масштабный фактор $1 - L_B = d(T_{eph})/d(TСВ)$, входящий в независимый аргумент эфемериды T_{eph} , в расстояния и в значения произведения гравитационной постоянной на массу Солнца, Луны и планет. (*Труды ИПА РАН, 2002, вып. 8, с. 166-169*).

2.2 Резолюции В1.3, В1.4, В1.5 и В1.9 24-ой Генеральной ассамблеи МАС

Резолюция В1.3. Определение барицентрической и геоцентрической опорных систем отсчёта

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. что резолюция А4 21-ой Генеральной ассамблеи (1991 год) дала определения системам координат пространства–времени в рамках общей теории относительности для (а) Солнечной системы (называемой теперь барицентрической небесной системой отсчёта, Barycentric Celestial Reference System, BCRS) и (б) Земли (называемой теперь геоцентрической небесной системой отсчёта, Geocentric Celestial Reference System, GCRS),
2. желание записать метрические тензоры как в барицентрической, так и в геоцентрической системах в компактной и самосогласованной форме, и
3. факт, что значительные работы по теории относительности выполнены при использовании гармонических координатных условий, оказавшихся полезными и упрощающими для многих типов приложений,

рекомендует

1. выбор гармонических координат в обоих, барицентрической и геоцентрической системах отсчёта,
2. в барицентрической системе в координатах (t, \vec{x}) (t = барицентрическое координатное время, Barycentric Coordinate Time,

ТСВ) записывать компоненты метрического тензора время-время и пространство-пространство с помощью одного скалярного потенциала $w(t, \vec{x})$, обобщающего ньютоновский потенциал, и компоненты пространство-время с помощью векторного потенциала $w^i(t, \vec{x})$, предполагая в качестве граничных условий, что оба потенциала исчезают при удалении от Солнечной системы,

в явной форме

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4},$$

$$g_{0i} = -\frac{4}{c^3}w^i,$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2}{c^2}w\right),$$

где

$$w(t, \vec{x}) = G \int d^3\vec{x}' \frac{\sigma(t, \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} + \frac{1}{2c^2}G \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int d^3\vec{x}' \sigma(t, \vec{x}') |\vec{x} - \vec{x}'|,$$

$$w^i(t, \vec{x}) = G \int d^3\vec{x}' \frac{\sigma^i(t, \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|},$$

G — гравитационная постоянная, σ и σ^i — плотности энергии и импульса соответственно.

3. в геоцентрической системе в координатах (T, \vec{X}) (T = геоцентрическое координатное время, Geocentric Coordinate Time, TCG) записывать компоненты метрического тензора в той же форме, что и для барицентрической системы, но с потенциалами $W(T, \vec{X})$ и $W^a(T, \vec{X})$; эти геоцентрические потенциалы разделять на две части — величины W_E и W_E^a , возникающие в результате гравитационного действия Земли, и внешние части W_{ext} , W_{ext}^a , обусловленные приливными и инерционными эффектами; предполагается, что внешние части потенциалов метрики исчезают в геоцентре и разложены в ряд по положительным степеням величины \vec{X} ,

в явной форме

$$G_{00} = -1 + \frac{2W}{c^2} - \frac{2W^2}{c^4},$$

$$G_{0a} = -\frac{4}{c^3}W^a,$$

$$G_{ab} = \delta_{ab} \left(1 + \frac{2}{c^2}W\right),$$

потенциалы W и W^a разделены согласно формулам

$$W(T, \vec{X}) = W_E(T, \vec{X}) + W_{ext}(T, \vec{X}),$$

$$W^a(T, \vec{X}) = W_E^a(T, \vec{X}) + W_{ext}^a(T, \vec{X}),$$

величины W_E и W_E^a находят тем же путём, что и функции w и w^i , с небольшим отличием: параметры вычисляются в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта и интегралы берутся по поверхности, охватывающей Землю.

4. применять, если того требует точность вычислений, полные пост-ньютоновские формулы преобразования координат между барицентрической и геоцентрической небесными системами отсчёта; формулы преобразования обусловлены видом соответствующих метрических тензоров;

в явной форме, для кинематически невращающейся геоцентрической системы отсчёта (GCRS) ($T = TCG, t = TCB, r_E^i = x^i - x_E^i(t)$, по повторяющимся индексам выполняется суммирование от 1 до 3),

$$T = t - \frac{1}{c^2} [A(t) + v_E^i r_E^i] + \frac{1}{c^4} [B(t) + B^i(t) r_E^i + B^{ij}(t) r_E^i r_E^j + C(t, \vec{x})] + O(c^{-5}),$$

$$\vec{X}^a = \delta_{ai} [r_E^i + \frac{1}{c^2} (\frac{1}{2} v_E^i v_E^j r_E^j + w_{ext}(\vec{x}_E) r_E^i + r_E^i a_E^j r_E^j - \frac{1}{2} a_E^i r_E^2)] + O(c^{-4}),$$

где

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}A(t) &= \frac{1}{2}v_E^2 + w_{ext}(\vec{x}_E), \\ \frac{d}{dt}B(t) &= -\frac{1}{8}v_E^4 - \frac{3}{2}v_E^2 w_{ext}(\vec{x}_E) + 4v_E^i w_{ext}^i(\vec{x}_E) + \frac{1}{2}w_{ext}^2(\vec{x}_E), \\ B^i(t) &= -\frac{1}{2}v_E^2 v_E^i + 4w_{ext}^i(\vec{x}_E) - 3v_E^i w_{ext}(\vec{x}_E), \\ B^{ij}(t) &= -v_E^i \delta_{aj} Q^a + 2\frac{\partial}{\partial x^j} w_{ext}^i(\vec{x}_E) - v_E^i \frac{\partial}{\partial x^j} w_{ext}(\vec{x}_E) + \frac{1}{2}\delta^{ij} \dot{w}_{ext}(\vec{x}_E), \\ C(t, \vec{x}) &= -\frac{1}{10}r_E^2 (\dot{a}_{Ei}^i),\end{aligned}$$

x_E^i , v_E^i , a_E^i — компоненты барицентрических векторов положения, скорости и ускорения Земли, точка означает полную производную по времени и

$$Q^a = \delta_{ai} \left[\frac{\partial}{\partial x^i} w_{ext}(\vec{x}_E) - a_E^i \right].$$

Внешние потенциалы, w_{ext} и w_{ext}^i , заданы формулами

$$w_{ext} = \sum_{A \neq E} w_A, w_{ext}^i = \sum_{A \neq E} w_A^i,$$

где E соответствует Земле, а w_A и w_A^i определены выражениями для w и w^i , причём интегралы вычисляются по поверхности, охватывающей только тело A .

Замечания

Выражения для w и w^i дают компоненту g_{00} с точностью до $O(c^{-6})$, компоненту g_{0i} с точностью до $O(c^{-5})$ а g_{ij} — с точностью до $O(c^{-4})$. Плотности σ и σ^i определяются тензором энергии-импульса материи, составляющей тела Солнечной системы. Точность величин G_{ab} относительно c^{-n} соответствует точностям для компонент $g_{\mu\nu}$.

Внешние потенциалы могут быть представлены в форме

$$W_{ext} = W_{tidal} + W_{iner},$$

$$W_{ext}^a = W_{tidal}^a + W_{iner}^a.$$

W_{tidal} обобщает классическое выражение для приливного потенциала. Постньютоновские поправки к W_{tidal} и W_{tidal}^a можно найти в литературе. Потенциалы W_{iner} и W_{iner}^a являются инерционной частью, линейной по X^a . Вид первого из них определяется, в основном, взаимодействием сжатия Земли с внешним потенциалом. В кинематически невращающейся геоцентрической небесной системе отсчёта потенциал W_{iner}^a описывает силу Кориолиса, обусловленную в большей своей части геодезической прецессией.

Наконец, локальные гравитационные потенциалы W_E , W_E^a Земли связаны с барицентрическими гравитационными потенциалами соотношениями

$$W_E(T, \vec{X}) = w_E(t, \vec{x}) \left(1 + \frac{2}{c^2} v_E^2 \right) - \frac{4}{c^2} v_E^i w_E^i(t, \vec{x}) + O(c^{-4}),$$

$$W_E^a(T, \vec{X}) = \delta_{ai} \left(w_E^i(t, \vec{x}) - v_E^i w_E(t, \vec{x}) \right) + O(c^{-2}).$$

Литература

Brumberg V.A., Kopeikin S.M., 1988, *Nouvo Cimento* B **103**, 63.

Brumberg V.A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Hilger, Bristol.

Damour T., Soffel M., Xu C., *Physical Review D*, **43**, 3273 (1991); **45**, 1017 (1992); **47**, 3124 (1993); **49**, 618 (1994).

Klioner S. A., Voinov A.V., 1993, *Physical Review D*, **48**, 1451.

Kopeikin S.M., 1989, *Celestial Mechanics*, **44**, 87.

Резолюция В1.4. Коэффициенты потенциала в постньютоновском приближении

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. что для многих приложений в области небесной механики и астрометрии чрезвычайно полезной является методика представления метрики потенциалов (или мультипольных моментов) вне массивных тел Солнечной системы в форме разложения с использованием коэффициентов потенциала, и
2. что физически значимые величины коэффициентов постньютоновского потенциала опубликованы в научной литературе,

рекомендует

1. в геоцентрической небесной системе отсчёта вне поверхности Земли использовать разложение постньютоновского потенциала Земли в форме

$$W_E(T, \vec{X}) = \frac{GM_E}{R} \cdot \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{+l} \left(\frac{R_E}{R} \right)^l P_{lm}(\cos \theta) \times \left(C_{lm}^E(T) \cos m\phi + S_{lm}^E(T) \sin m\phi \right) \right],$$

где C_{lm}^E и S_{lm}^E с достаточной точностью эквивалентны постньютоновским мультипольным моментам, определёнными в статье (Damour *et al. Physical Review D*, **43**, 3273, 1991), θ и ϕ — углы в полярных координатах, соответствующие пространственным координатам X^a в геоцентрической небесной системе отсчёта, и $R = |\vec{X}|$, и

2. вне поверхности Земли использовать выражение векторного потенциала, вызывающего хорошо известный эффект Лензе—

Тирринга, в форме

$$W_E^a(T, \vec{X}) = -\frac{G}{2} \frac{[\vec{X} \times \vec{S}_E]^a}{R^3},$$

где \vec{S}_E — вектор полного углового момента Земли.

Резолюция В1.5. Распространение в Солнечной системе релятивистского подхода на вопросы преобразования координатного времени

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. что резолюция А4 21-ой Генеральной ассамблеи (1991 год) дала определения системам координат пространства–времени в рамках общей теории относительности для Солнечной системы (барицентрическая система отсчёта) и Земли (геоцентрическая система отсчёта),
2. что в резолюции В1.3, озаглавленной “Определение барицентрической и геоцентрической опорных систем отсчёта”, эти системы переименованы, соответственно, в барицентрическую небесную систему отсчёта и геоцентрическую небесную систему отсчёта, и даны общие указания для представления метрических тензоров и проведения преобразований координат в постньютоновском приближении,
3. что, опираясь на ожидаемое улучшение характеристик атомных часов, будущие измерения времени и частоты потребуют практического применения шкалы, задаваемой этим устройством, в барицентрической системе отсчёта, и

4. что теоретические исследования в этом направлении уже выполнены,

рекомендует

чтобы в приложениях, имеющих дело с преобразованиями координат и вычислениями координатного времени в пределах Солнечной системы, Резолюция В1.3 применялась следующим образом:

1. компоненты метрического тензора имеют вид

$$g_{00} = - \left(1 - \frac{2}{c^2}(w_0(t, \vec{x}) + w_L(t, \vec{x})) + \frac{2}{c^4}(w_0^2(t, \vec{x}) + \Delta(t, \vec{x})) \right),$$

$$g_{0i} = -\frac{4}{c^3}w^i(t, \vec{x}),$$

$$g_{ij} = \left(1 + \frac{2w_0(t, \vec{x})}{c^2} \right) \delta_{ij},$$

где $(t \equiv TCB, \vec{x})$ — барицентрические координаты, $w_0 = G \sum_A \frac{M_A}{r_A}$, суммирование выполняется по всем телам Солнечной системы A , $\vec{r}_A = \vec{x} - \vec{x}_A$, \vec{x}_A — координаты центра масс тела A , $r_A = |\vec{r}_A|$, а w_L является разложением по мультипольным моментам внешнего потенциала каждого из небесных тел (определение мультипольных моментов дано в резолюции В1.4 “Коэффициенты потенциала в постньютоновском приближении”). Формула векторного потенциала $w^i(t, \vec{x}) = \sum_A w_A^i(t, \vec{x})$ и функции $\Delta(t, \vec{x}) = \sum_A \Delta_A(t, \vec{x})$ даны в замечании 2.

2. соотношение между TCB и геоцентрическим координатным временем TSG с достаточной точностью может быть записано в

виде

$$\begin{aligned}
TCB - TCG &= c^{-2} \left[\int_{t_0}^t \left(\frac{v_E^2}{2} + w_{0ext}(\vec{x}_E) \right) dt + v_E^i r_E^i \right] \\
&- c^{-4} \int_{t_0}^t \left(-\frac{1}{8} v_E^4 - \frac{3}{2} v_E^2 w_{0ext}(\vec{x}_E) + 4v_E^i w_{ext}^i(\vec{x}_E) + \frac{1}{2} w_{0ext}^2(\vec{x}_E) \right) dt \\
&- c^{-4} \left(3w_{0ext}(\vec{x}_E) + \frac{v_E^2}{2} \right) v_E^i r_E^i,
\end{aligned}$$

где v_E скорость Земли относительно барицентра, а индекс ext означает суммирование по всем телам, исключая Землю.

Замечания

1. На расстояниях от Солнца, превышающих несколько солнечных радиусов, формулы обеспечивают относительную погрешность не хуже, чем 5×10^{-18} , и, для почти периодических членов, не хуже, чем 5×10^{-18} в амплитуде и 0.2×10^{-12} угловых секунд по фазе. Погрешности такого же порядка возникают при преобразованиях между TCB и TCG на расстояниях до 50000 км вокруг Земли. Неопределённости в значениях астрономических постоянных могут быть причиной гораздо больших погрешностей.
2. с точностью, указанной выше, векторный потенциал $w_A^i(t, \vec{x})$ небесного тела A имеет вид

$$w_A^i(t, \vec{x}) = G \left[-\frac{[\vec{r}_A \times \vec{S}_A]^i}{2r_A^3} + \frac{M_A v_A^i}{r_A} \right],$$

где \vec{S}_A — полный угловой момент тела A и v_A^i — компоненты барицентрической скорости тела A . С той же точностью для функции $\Delta_A(t, \vec{x})$ достаточно использовать выражение

$$\begin{aligned}
\Delta_A(t, \vec{x}) &= \frac{GM_A}{r_A} \left[-2v_a^2 + \sum_{B \neq A} \frac{GM_B}{r_{BA}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{(r_A^k v_A^k)^2}{r_A^2} + r_A^k a_A^k \right) \right] + \frac{2Gv_A^k [\vec{r}_A \times \vec{S}_A]^k}{r_A^3},
\end{aligned}$$

где $r_{BA} = |\vec{x}_B - \vec{x}_A|$, а a_A^k — барицентрическое ускорение тела A . В этих формулах величины \vec{S}_A необходимы только для Юпитера ($S \approx 6.9 \times 10^{38} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{kg}$) и Сатурна ($S \approx 1.4 \times 10^{38} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{kg}$) в непосредственной близости от этих планет.

3. Поскольку настоящие рекомендации дают расширение рекомендаций МАС 1991 до полной справедливости в первом пост-ньютоновском приближении, постольку постоянные L_C и L_B , введённые в рекомендациях МАС 1991, могли бы быть определены соотношениями $\langle TCG/TCB \rangle = 1 - L_C$ и $\langle TT/TCB \rangle = 1 - L_B$, где через TT обозначено Земное время и $\langle \rangle$ означает осреднение на больших интервалах, выполненное в геоцентре. Последняя оценка величины L_C дана в (Irwin A. and Fukushima T., *Astron. Astroph.*, **348**, 642–652, 1999) $L_C = 1.48082686741 \times 10^{-8} \pm 2 \times 10^{-17}$.

На основе резолюции В1.9 “Переопределение Земного времени TT ” выводим $L_B = 1.55051976772 \times 10^{-8} \pm 2 \times 10^{-17}$ с помощью связи $1 - L_B = (1 - L_C)(1 - L_G)$. Величина L_G определена в резолюции В1.9.

По причине невозможности дать однозначные и независимые определения параметрам L_B и L_C , эти постоянные не должны использоваться в формулах преобразований в тех случаях, когда необходимо знание значений величин с погрешностями порядка 1×10^{-16} и лучше.

4. Если величина $TCB - TCG$ вычисляется с помощью современных численных эфемерид планет, аргументом которых является переменная, обозначаемая T_{eph} , близкая к барицентрическому динамическому времени (TDB), а не к аргументу TCB , первый интеграл в рекомендации 2, приведённой выше, может

быть вычислен по формуле

$$\int_{t_0}^t \left(\frac{v_E^2}{2} + w_{0ext}(\vec{x}_E) \right) dt = \frac{1}{1 - L_B} \left[\int_{T_{eph_0}}^{T_{eph}} \left(\frac{v_E^2}{2} + w_{0ext}(\vec{x}_E) \right) dt \right].$$

Резолюция В1.9. Переопределение Земного времени (Terrestrial time, TT)

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. что резолюция МАС А4 (1991) в своей рекомендации 4 определила Земное время (Terrestrial Time, TT),
2. что запутанность и изменения со временем, присущие определению и реализации понятия геоид, являются источником неопределённостей в установлении и поддержании Земного времени TT, что может привести в ближайшем будущем к серьёзному источнику погрешностей при реализации TT на основе атомного времени,

рекомендует

считать *TT* шкалой времени, отличающейся от шкалы *TSG* постоянным дрейфом: $dTT/dTSG = 1 - L_G$, где $L_G = 6.969290134 \times 10^{-10}$ является определяющей постоянной.

Замечание

Параметр L_G был определён в рекомендации 4 резолюции МАС А4 (1991) как равный выражению $\frac{U_G}{c^2}$, где U_G — потенциал на геоиде. Теперь L_G используется как определяющая постоянная.

2.3 Релятивизм затягивает

Схема построения общей теории относительности совершенно не предполагает наличие какой-либо системы отсчёта пространства–времени.

В специальной теории относительности под системой отсчёта понималась совокупность покоящихся друг относительно друга, неизменным образом взаимно расположенных тел. При наличии переменного гравитационного поля таких систем тел не существует и для точного определения положения частицы в пространстве необходимо, строго говоря, иметь совокупность бесконечного числа тел, заполняющих всё пространство наподобие некоторой “среды”. Такая система тел вместе со связанными с каждым из них произвольным образом идущими часами и является системой отсчёта в общей теории относительности. (*Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. ГИФМЛ. М., 1960. Глава 10. Частица в гравитационном поле. стр. 275*).

“Картина мира воистину дантовская”. Ни один цивилизованный парламент не согласится финансировать проекты с таким обоснованием. Постньютоновское приближение, тем не менее, прекрасно примиряет современные достижения науки и техники и сложившиеся в культуре народов системы взглядов и понятий. У нас **есть** выделенная система отсчёта, нам есть на что опереться. Во многих прикладных задачах, как это неоднократно подчёркивает профессор В.А.Брумберг, достаточно лишь выбрать правильный подход, и тогда релятивистские эффекты окажутся пренебрежимо малыми. Рекомендуемая в постановлении МАС схема преобразования координат является доказательством этого положения.

Формулы перехода от барицентрической небесной системы отсчёта в геоцентрическую небесную систему содержат величины $A(t)$, $B(t)$,

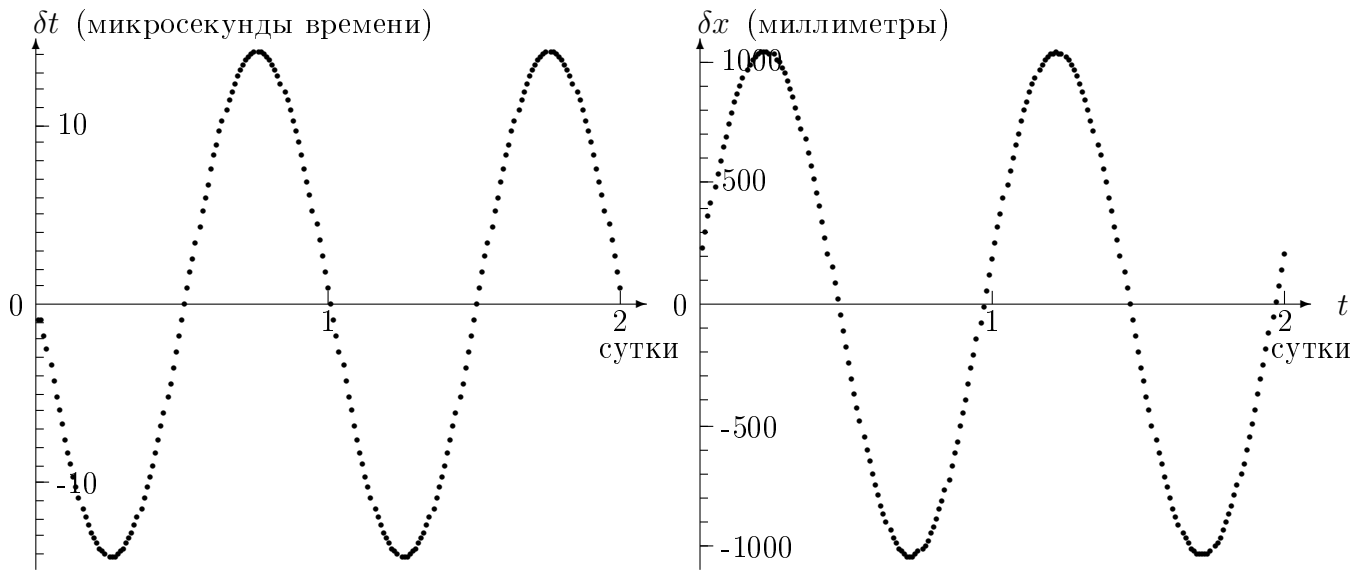


Рис. 2: Релятивистские поправки

зависящие только от положений, скоростей и ускорений Солнца, Луны и больших планет Солнечной системы, и соотношения, включающие в себя барицентрическое значение разности положений произвольной точки в окрестности Земли и центра масс нашей планеты. Функции $A(t)$, $B(t)$ являются подынтегральными выражениями при вычислении отличий $T_{CB} - T_{CG}$. Интегралы определяют вековой уход двух шкал времени и не зависят от пространственных координат той точки, для которой выполняется преобразование. Из графиков на рис. 2 такой достаточно ощутимый тренд, ≈ 0.467327 секунды времени в год, исключён. На самих же графиках представлены периодические поправки к барицентрическому времени $t = T_{CB}$ и к разности барицентрических координат $x - x_E$. Вычисления выполнены в точках орбиты модельного геостационарного спутника. Единица измерений по оси абсцисс равна одним суткам.

В постановлении упоминается полный угловой момент вращения Земли, модуль этой величины можно принять равным $\approx 5.85 \times 10^{32} m^2 s^{-1} kg$.

Результаты практической деятельности учёных находятся в некотором несоответствии с постановлениями МАС. В первую очередь это

относится к численным эфемеридам движения планет Солнечной системы. Один момент — использование в качестве независимого аргумента величины T_{eph} вместо рекомендуемого T_{CB} — уже прояснил мировой общественности профессор Е.М.Стэндиш. Второй момент — разница между применяемыми “изотропными” и рекомендуемыми “гармоническими” координатными условиями — также не должен вызывать затруднений. Численные теории движения планет задают пространство–время Солнечной системы. Пространственные компоненты метрического тензора в постньютоновском приближении одни и те же для обоих координатных условий. Более того, решения задачи Шварцшильда в “изотропных” и “гармонических” координатах совпадают с точностью до величин порядка $O(c^{-5})$.

Обозначим

f — гравитационная постоянная,

m_0 — масса Солнца,

$m_k, k > 0$ — массы планет,

\vec{r} — барицентрический вектор положения,

\vec{r}_k — барицентрический вектор положения объекта с номером k ,

\vec{v}_k — барицентрический вектор скорости объекта с номером k ,

v^2 — квадрат модуля вектора скорости,

W — скалярная функция,

\vec{V} — векторная функция с компонентами V_1, V_2, V_3 .

Изотропная форма представления метрики пространства–времени $N + 1$ взаимодействующих частиц предполагает, что

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_{k=0}^N \frac{f m_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|}, \\
 U'_k &= \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^N \frac{f m_l}{|\vec{r}_l - \vec{r}_k|}, \\
 W &= \sum_{k=0}^N \frac{f m_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|} \left(\frac{3}{2} v_k^2 - U'_k \right), \\
 \vec{V} &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \frac{f m_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|} \left(7 \vec{v}_k + \frac{((\vec{r} - \vec{r}_k) \cdot \vec{v}_k)}{|\vec{r} - \vec{r}_k|} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k|} \right).
 \end{aligned}$$

Метрика, полученная под гармоническими координатными условиями, отличается от изотропной в выражениях для дополнительных потенциалов

$$W = \sum_{k=0}^N \frac{fm_k}{|\vec{r}-\vec{r}_k|} (2v_k^2 - U'_k - \frac{1}{2}(\vec{r}-\vec{r}_k) \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^N \frac{fm_l}{|\vec{r}_l-\vec{r}_k|^3} (\vec{r}_k - \vec{r}_l) - \frac{1}{2} \frac{((\vec{r}-\vec{r}_k) \cdot \vec{v}_k)^2}{|\vec{r}-\vec{r}_k|^2}),$$

$$\vec{V} = 4 \sum_{k=0}^N \frac{fm_k}{|\vec{r}-\vec{r}_k|} \vec{v}_k.$$

Сами координатные условия гласят

$$3 \frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad - \text{изотропный случай,}$$

$$4 \frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad - \text{гармонический случай.}$$

Запишем квадрат интервала

$$d\tau^2 = c^2 g_{00} dt^2 + 2c g_{0i} dt dx^i + g_{11} (dx^1)^2 + g_{22} (dx^2)^2 + g_{33} (dx^3)^2,$$

где

$$g_{00} = +1 - \frac{2U}{c^2} + \frac{2U^2}{c^4} - \frac{2W}{c^4},$$

$$g_{0i} = \frac{1}{c^3} V_i,$$

$$g_{ii} = -1 - \frac{2U}{c^2},$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Потенциал U пропорционален v^2 . Выражение W/c^4 имеет порядок v^4/c^4 , а \vec{V}/c^3 является выражением третьего порядка относительно v/c . Формулы для метрических коэффициентов g_{ij} совпадают для обоих координатных условий. Отличие в коэффициенте g_{00} возникает только в четвёртом порядке, а в g_{0i} – в третьем порядке относительно v/c . Из этого следует, что отличия в координатах x^1, x^2, x^3 будут порядка v^2/c^2 , а отличия в координатном времени смогут проявиться на уровне v^4/c^4 .

С помощью тензорного преобразования

$$g_{\alpha\beta}(x^0, x^1, x^2, x^3) = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \cdot \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \cdot g'_{\mu\nu}(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

выведем формулы связи между координатами x'^0, x'^1, x'^2, x'^3 , удовлетворяющими изотропным координатным условиям, и гармоническими координатами x^0, x^1, x^2, x^3 .

Закон преобразования ищем в виде

$$\begin{aligned}x^0 &= x'^0 + \delta x^0(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3), \\x^1 &= x'^1 + \delta x^1(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3), \\x^2 &= x'^2 + \delta x^2(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3), \\x^3 &= x'^3 + \delta x^3(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3),\end{aligned}$$

причём $\delta x^0(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$ имеет четвёртый порядок, $\delta x^i(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$ – второй порядок относительно отношения v/c .

Подставим соотношения для координат в формулу преобразования, выполним разложение правой и левой частей равенства в ряд Тейлора и приравняем величины одинакового порядка малости. В результате получим следующие дифференциальные соотношения

$$\begin{aligned}\frac{\partial \delta x^i}{\partial x'^0} &= \frac{1}{c^3} (V'_i(x') - V_i(x')), & \frac{\partial \delta x^i}{\partial x'^j} &= 0, \\ \frac{\partial \delta x^0}{\partial x'^0} &= \frac{1}{c^4} (W'(x') - W(x')) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial U(x')}{\partial x'^i} \cdot \delta x^i(x'^0), & \frac{\partial \delta x^0}{\partial x'^j} &= 0.\end{aligned}$$

Зависимость функций δx^0 и δx^i от координат исчезает, а интегрирование по переменной x'^0 приводит к определённым интегралам

$$\begin{aligned}\delta x^i(t') &= \frac{1}{c^2} \int_{t'_0}^{t'} (V'_i(x') - V_i(x')) dt', \\ \delta t(t') &= \frac{1}{c^4} \int_{t'_0}^{t'} \left(W'(x') - W(x') - c^2 \frac{\partial U(x')}{\partial x'^i} \cdot \delta x^i(t') \right) dt' .\end{aligned}$$

Выражения, стоящие под знаком интеграла, суть известные функции координат и времени и вычисляются на основе численной теории движения Солнца, Луны и планет, созданной в Лаборатории реактивного движения США. Существует два способа для выполнения расчётов. В первом из них зафиксирована точка с координатами x, y, z , и поправки на каждый следующий момент времени вычисляются именно для этой точки. Второй способ состоит в вычислении поправок,

то есть разностей двух систем координат, вдоль траектории движения небесного тела или космического аппарата. Расчёты показали, что значения поправок очень малы. Для пространственно–временной траектории Земли, например, они не превосходят 3 метра на интервале 100 лет. Рис. 3 иллюстрирует результаты вычислений.

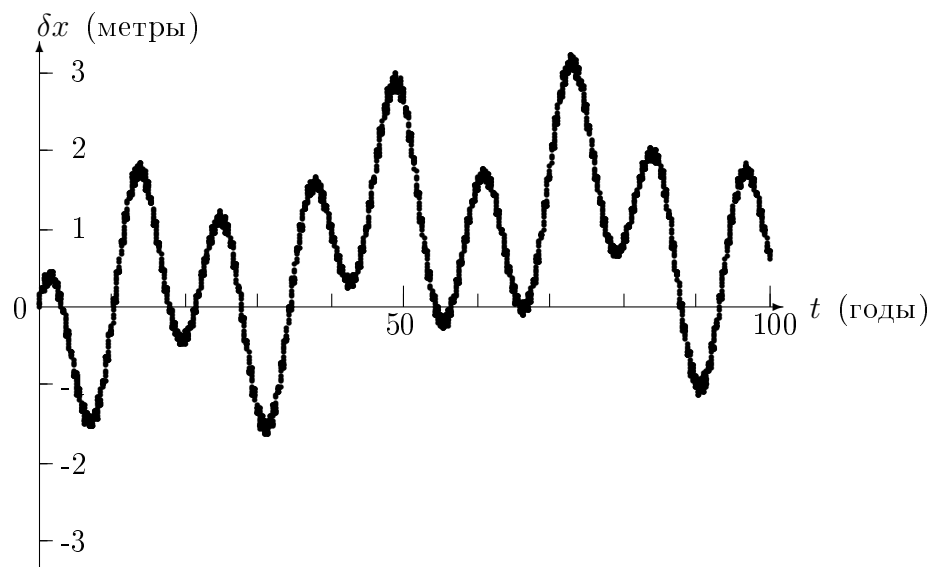


Рис. 3: Изменение поправки δx за 100 лет от эпохи J2000.0

В прикладных задачах необходимо вычислять траектории космических аппаратов, для этого достаточно записать релятивистские уравнения движения пробной частицы на основе “гармонических” координатных условий в шкале времени T_{eph} , а при вычислении возмущающих сил использовать “изотропные” координаты Солнца, Луны и планет.

Учёные отмечают, что понятие неподвижного экватора, определяемого положениями удалённых радиоисточников, является корректным в рамках постньютоновского приближения как в барицентрической, так и в геоцентрической системах отсчёта. Плоскость эклиптики математически аккуратно может быть определена только относительно барицентра, при геоцентрическом подходе однозначного и физически значимого понятия эклиптики не существует.

Отмечается также, что теория вращения Земли, уже сейчас включающая в рассмотрение геодезическую прецессию и геодезическую нутацию, будет постепенно становиться полностью релятивистской теорией. Вот что пишет один из авторов проекта резолюций МАС 2000 профессор С.А.Клионер в статье “Вращательное движение протяжённых тел в общей теории относительности”:

В общем случае в ньютоновской механике тело характеризуется некоторым распределением плотности $\rho(t, \vec{x})$. Спин (момент импульса) тела определяется как

$$S^i = \int_V \rho(t, \vec{x}) \varepsilon_{ijk} x^j \dot{x}^k d^3x,$$

где x^i и \dot{x}^i – координаты и скорости точки (элемента) тела.

В случае деформируемого тела даже в ньютоновской механике ситуация становится сложнее. Здесь невозможно определить угловую скорость тела только лишь на основе поля скоростей точек тела. Обычно в этом случае вводится некая вращающаяся система координат и подбирается такая матрица вращения P^{ij} , что тело “покоится в среднем” относительно этой вращающейся системы координат в том или ином смысле. Так, требуя обращения в нуль момента импульса тела относительно вращающейся системы координат, получаем определение осей Тиссерана, используемое в большинстве теоретических моделей вращения нетвёрдой Земли.

В общей теории относительности ситуация становится ещё сложнее. Четырёхмерное псевдориманово пространство–время ОТО не является изотропным. Расстояние может быть определено только для бесконечно близких точек. Постньютоновская теория упругости всё ещё ждёт своего создания.

Уже сейчас ясно, что релятивистские эффекты при построении теории вращения упругой Земли могут приво-

дуть к возмущениям порядка 25 мкс дуги. (*Труды ИПА РАН, 1998, вып. 3, стр. 172-195*).

3 Модель прецессии и нутации

3.1 Классический подход

Движение оси вращения Земли в пространстве обусловлено гравитационным действием небесных тел — Луны, Солнца и планет — на экваториальный избыток масс Земли. Классический подход выделяет постоянную и переменную составляющие, прецессию и нутацию.

В первом приближении теории очень полезна модель Земли как абсолютно твёрдого тела. Кроме оси вращения, различают ось кинетического момента и ось фигуры Земли. В теории движения Земли как абсолютно твёрдого тела, созданной Эдгаром Вулардом (Edgar William Woolard) в 1953 году, были решены уравнения Пуассона — уравнения движения оси кинетического момента, однако полученное решение с точностью, необходимой в середине двадцатого века, хорошо представляло и движение оси вращения.

Кинематическая картина прецессии — предварения равноденствий — это движение полюса мира относительно перемещающегося полюса эклиптики.

На рис. 4 приняты обозначения:

E_0 — фиксированная эклиптика,

E_D — мгновенная эклиптика,

A_0 — фиксированный экватор,

A_D — экватор даты,

K — точка пересечения мгновенной и фиксированной эклиптик,

$\gamma_0, \gamma_D, \gamma_1$ — точки равноденствия в разных системах эклиптики и экватора,

γ — проекция γ_D на E_0 .

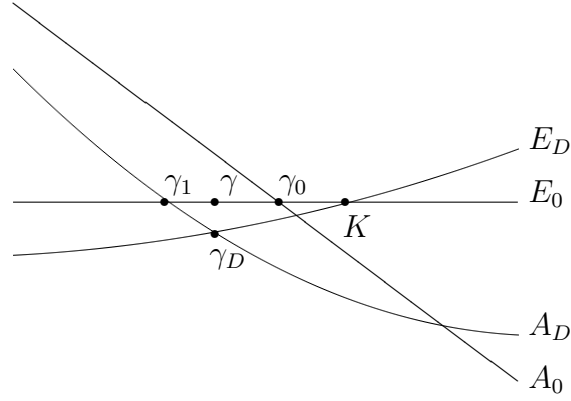


Рис. 4: Движение эклиптики и экватора

Взаимные перемещения плоскостей экватора и эклиптики на конечном интервале времени можно выразить в численном виде.

Численное значение наклона эклиптики к экватору в стандартную эпоху J2000.0 является одной из основных астрономических постоянных

$$\varepsilon_0 = 23^\circ 26' 21''.448.$$

Для описания движения экватора относительно неподвижной эклиптики удобны величины:

$\psi_A = \widehat{\gamma_1 \gamma_0}$ – лунно-солнечная прецессия, в это значение совсем не входит движение эклиптики,

$\chi_A = \widehat{\gamma_1 \gamma_D}$ – прецессия от планет, то есть только движение эклиптики,

ω_A – лунно-солнечный наклон, наклон начальной эклиптики к подвижному экватору,

ε_A – наклон мгновенной эклиптики к подвижному экватору,

t – время в юлианских столетиях от эпохи J2000.0.

$$\begin{aligned} \psi_A &= 5038''.7784t - 1''.07259t^2 - 0''.001147t^3, \\ \omega_A &= \varepsilon_0 + 0''.05127t^2 - 0''.007726t^3, \\ \chi_A &= 10''.5526t - 2''.38064t^2 - 0''.001125t^3, \\ \varepsilon_A &= \varepsilon_0 - 46''.8150t - 0''.00059t^2 + 0''.001813t^3. \end{aligned}$$

Фундаментальная эпоха E_0 совпадает со стандартной эпохой J2000.0, E_D - эпоха даты,

$$t = \frac{JD(E_D) - JD(E_0)}{36525},$$

где $JD(E_0) = 2451545.0$.

Матрицы $R_1(\alpha)$, $R_2(\alpha)$, $R_3(\alpha)$ означают поворот против часовой стрелки на угол α вокруг осей OX , OY , OZ соответственно.

Матрицу прецессии P вычисляют с помощью четырёх поворотов от начального экватора к подвижному экватору

$$P = R_3(\chi_A) \cdot R_1(-\omega_A) \cdot R_3(-\psi_A) \cdot R_1(\varepsilon_0).$$

В математической модели периодической составляющей движения небесного полюса рассматривают мгновенную эклиптику и экватор даты. Для вычисления положения истинного экватора различают нутацию в долготе $\Delta\psi$ и нутацию в наклоне $\Delta\varepsilon$. Параметры $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$, в свою очередь, суть тригонометрические ряды с численными коэффициентами, аргументами этих рядов являются линейные комбинации фундаментальных аргументов: l - средняя аномалия Луны, l' - средняя аномалия Солнца, F - средний аргумент широты Луны, D - разность средних долгот Луны и Солнца, Ω - средняя долгота восходящего узла Луны. Формулы для вычисления фундаментальных аргументов представляют из себя полиномы по времени.

На рис. 5 использованы обозначения:

E_D - мгновенная эклиптика,

A_D - подвижный экватор даты,

A_{true} - истинный экватор,

γ_D, γ_{true} - точки равноденствия в разных системах эклиптики и экватора.

Матрица нутации образована тремя последовательными поворотами

$$\bar{N} = R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon) \cdot R_3(-\Delta\psi) \cdot R_1(\varepsilon_A),$$

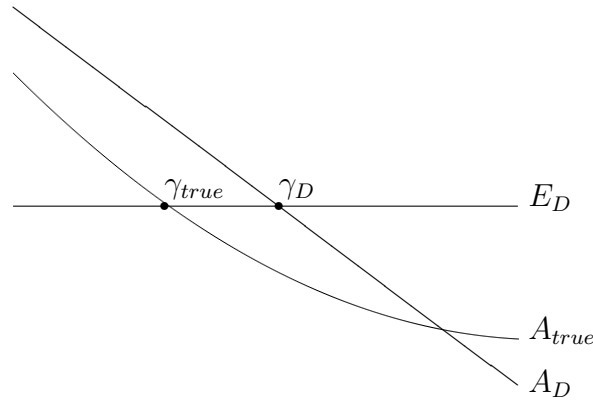


Рис. 5: Истинный экватор и экватор даты

где

ε_D - наклон мгновенной эклиптики к среднему подвижному экватору даты,

$\Delta\psi$ - дуга $\widehat{\gamma_{true}\gamma_D}$,

$\varepsilon_A + \Delta\varepsilon$ - наклон мгновенной эклиптики к истинному экватору.

В результате многолетних исследований было установлено, что на амплитуды периодических слагаемых значительное влияние оказывает внутреннее строение Земли. В 1980 году Международным астрономическим союзом в качестве стандарта была принята модель нутации, созданная Джоном Варом (John Matthew Wahr). При создании теории учтены влияния твёрдой упругой оболочки, жидкого внешнего и твёрдого внутреннего ядра. Разложения получены для “тиссерановой” средней оси фигуры, которая не имеет почти суточных движений в инерциальной системе отсчёта. Полюс, определяемый направлением этой оси, получил название небесный эфемеридный полюс. Тригонометрические ряды для нутации в долготе и нутации в наклоне состоят из 106 слагаемых каждый, планетные члены, как и в предыдущей теории Эдгара Вуларда, не вошли в окончательное решение. Ряды для нутации в долготе содержат только тригонометрическую функцию синус, ряды для нутации в наклоне – только косинус.

Образованная в 1988 году Международная служба вращения Земли в своих отчётах начала публиковать поправки $\delta(\Delta\psi)$, $\delta(\Delta\epsilon)$, определяемые на основе РСДБ-наблюдений и не учитываемые стандартной теорией Джона Вара. Эти публикации стимулировали работы по созданию более точных рядов нутации как в рамках модели абсолютно твёрдого тела, так и, в качестве важных поправок, с учётом геофизических явлений.

Следующая резолюция МАС постулирует новую модель движения небесного полюса мира относительно полюса небесной опорной системы отсчёта. В этом постановлении используется классическая терминология, ибо аналитическая теория вращения Земли как абсолютно твёрдого тела пока ещё не может обойтись без понятия мгновенной эклиптики и экватора даты, к которым привязаны тригонометрические разложения координат Луны, Солнца и планет.

3.2 Резолюция В1.6. Модель прецессии и нутации МАС 2000

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

признавая,

1. что рабочая группа Международного астрономического союза и Международного геодезического и геофизического союза (IAU-IUGG WG) по ‘теории нутации Земли в рамках модели нежёсткого тела’ представила решение стоящих перед ней задач на примерах
 - (а) создания новых высокоточных рядов нутации твёрдой Земли
 - (1) SMART97 of Bretagnon *et al.*, 1998, *Astron. Astroph.*, **329**, 329–338; (2) REN2000 of Souchay *et al.*, 1999, *Astron. Astroph.*

Suppl. Ser., **135**, 111–131; (3) RDAN97 of Roosbeek and Dehant 1999, *Celest. Mech.*, **70**, 215–253,

- (b) завершения сравнения новых передаточных функций для модели нежёсткой Земли с начальным состоянием негидростатического равновесия, включающие неэластичность мантии и период свободной нутации ядра, и приведения их в согласие с наблюдениями,
 - (c) замечания, что модели на основе численного интегрирования пока ещё не в состоянии учитывать диссипацию в ядре,
 - (d) замечания, что эффекты, обусловленные другими астрономическими и геофизическими явлениями, такими как океанические и атмосферные приливы, которые должны быть смоделированы, нуждаются в дальнейших исследованиях,
2. что, как записано в рекомендации C1 (MAC, 1994), Международная служба вращения Земли опубликует в выпуске IERS Conventions (2000) модель прецессии-нутации, удовлетворяющую наблюдениям со средней квадратической погрешностью 0.2 миллисекунды дуги (milliarcsecond, mas),
 3. что имеются в распоряжении полуаналитические геофизические теории вынужденной нутации, учитывающие либо полностью, либо частично следующие эффекты: неэластичность и электромагнитные взаимодействия на границах ядро - мантия и внешнее ядро - внутреннее ядро, годовые атмосферные приливы, геодезическую нутацию и океанические приливы,
 4. что во всех частотах нутации необходимы поправки за океанические приливы, и
 5. что эмпирические модели на основе резонансной формулы без дальнейших поправок также существуют,

принимает

заключение рабочей группы МАС и МГГС о теории нутации нетвёрдой Земли, опубликованной Dehant *et al.*, 1999, *Celest. Mech.* **72(4)**, 245–310, и результаты современных сравнений между различными возможностями, и

рекомендует

что, начиная с 1 января 2003 года модель прецессии МАС 1976 и теория нутации МАС 1980 заменяются моделью прецессии-нутации МАС 2000А (IAU 2000А, МНВ2000, основанной на передаточной функции Mathews, Herring and Buffett, 2000 представленной в *Journal of Geophysical Research*) в тех случаях, когда необходима модель на уровне точности 0.2 миллисекунды дуги, или её укороченной версией МАС 2000В для вычислений на уровне 1 миллисекунда, вместе со связанными с ней темпами изменений прецессии и наклонности и смещениями небесного полюса в системе со стандартной эпохой J2000.0, опубликованными в IERS Conventions (2000), и

Поощряет

1. продолжение теоретических исследований с целью получения рядов нутации для модели Земли, отличной от модели твёрдого тела,
2. продолжение РСДБ наблюдений для повышения точности моделей нутации и для изучения непредсказуемой свободной нутации ядра, и
3. разработку новых выражений для прецессии, согласованных с моделью МАС 2000А.

3.3 Улучшение лучшего

Вот что опубликовано в IERS Conventions (2000), в главе 5, в разделе “Модели прецессии и нутации МАС 2000А и МАС 2000В”:

окончательные ряды нутации содержат 678 лунно-солнечных и 687 планетных членов, представленных в виде начальных численных значений амплитуд и значений их линейных вариаций со временем и тригонометрических функций косинус и синус для каждой из двух компонент, $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$, ряды нутации согласованы с поправками численных значений прецессии по долготе и прецессии в наклоне

$$\begin{aligned}\delta\psi_A &= (-0.29965 \pm 0.00040)''/\text{century}, \\ \delta\omega_A &= (-0.02524 \pm 0.00010)''/\text{century},\end{aligned}$$

выражения для углов прецессии, совместимые с новой моделью МАС, выглядят теперь следующим образом

$$\begin{aligned}\psi_A &= 5038''47875t - 1''07259t^2 - 0''001147t^3, \\ \omega_A &= \varepsilon_0 - 0''02524t + 0''05127t^2 - 0''007726t^3, \\ \chi_A &= 10''5526t - 2''38064t^2 - 0''001125t^3, \\ \varepsilon_A &= \varepsilon_0 - 46''84024t - 0''00059t^2 + 0''001813t^3.\end{aligned}$$

Для фундаментальных аргументов, используемых в теории нутации, предложены следующие соотношения:

$$\begin{aligned}l &= 134^\circ 96340251 + 1717915923''2178t \\ &\quad + 31''8792t^2 + 0''051635t^3 - 0''00024470t^4, \\ l' &= 357^\circ 52910918 + 129596581''0481t \\ &\quad - 0''5532t^2 + 0''000136t^3 - 0''00001149t^4, \\ F &= 93^\circ 27209062 + 1739527262''8478t \\ &\quad - 12''7512t^2 - 0''001037t^3 + 0''00000417t^4, \\ D &= 297^\circ 85019547 + 1602961601''2090t \\ &\quad - 6''3706t^2 + 0''006593t^3 - 0''00003169t^4, \\ \Omega &= 125^\circ 04455501 - 6962890''5431t \\ &\quad + 7''4722t^2 + 0''007702t^3 - 0''00005939t^4.\end{aligned}$$

Средние долготы восьми планет, от Меркурия до Нептуна, и общая прецессия по долготе p_a выражены в радианах:

$$\begin{aligned}
 l_{Me} &= 4.402608842 + 2608.7903141574t, \\
 l_{Ve} &= 3.176146697 + 1021.3285546211t, \\
 l_E &= 1.753470314 + 628.3075849991t, \\
 l_{Ma} &= 6.203480913 + 334.0612426700t, \\
 l_{Ju} &= 0.599546497 + 52.9690962641t, \\
 l_{Sa} &= 0.874016757 + 21.3299104960t, \\
 l_{Ur} &= 5.481293872 + 7.4781598567t, \\
 l_{Ne} &= 5.311886287 + 3.8133035638t, \\
 p_a &= 0.024381750t + 0.00000538691t^2.
 \end{aligned}$$

В этой же главе опубликованы численные значения параметров смещения полюса, задаваемого теорией прецессии-нутации, от полюса геоцентрической небесной системы координат. Полный алгоритм вычислений выглядит следующим образом. Произведение транспонированной матрицы прецессии и транспонированной матрицы нутации умножается на единичный вектор, направленный по оси OZ , результат умножения – вектор с координатами $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$. Далее надо учесть параметры смещения

$$\begin{aligned}
 X &= \bar{X} + \xi_0 - d\alpha_0 \bar{Y}, \\
 Y &= \bar{Y} + \eta_0 + d\alpha_0 \bar{X}, \\
 Z &= \sqrt{1 - (X^2 + Y^2)},
 \end{aligned}$$

где $\xi_0 = (-0.0166170 \pm 0.0000100)''$ и $\eta_0 = (-0.0068192 \pm 0.0000100)''$ – параметры смещения небесного полюса на стандартную эпоху J2000.0, а $d\alpha_0 = (-0.01460 \pm 0.00050)''$ – прямое восхождение среднего равноденствия J2000.0 в небесной системе отсчёта.

Единичный вектор с координатами X, Y, Z задаёт движение полюса мира в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта. Можно записать этот вектор в виде

$$X = \sin d \cos E, \quad Y = \sin d \sin E, \quad Z = \cos d,$$

где $90^\circ + E$ – угол от направления оси OX до восходящего узла подвижного экватора на опорном экваторе, d – угол между направлениями осей OZ , соответствующих двум экваторам. В резолюции В1.7 подвижный полюс мира получит название “небесный промежуточный полюс” (Celestial Intermediate Pole, CIP). Соответствующий экватор следует теперь называть промежуточным.

С погрешностью, не превышающей одну микросекунду дуги, параметры \bar{X}, \bar{Y} можно вычислять по формулам

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \sin \omega \sin \psi, \\ \bar{Y} &= -\sin \varepsilon_0 \cos \omega + \cos \varepsilon_0 \sin \omega \cos \psi,\end{aligned}$$

где

$\omega = \omega_A + \Delta\varepsilon_1$ – наклонение истинного экватора к фиксированной эклиптике эпохи,

$\psi = \psi_A + \Delta\psi_1$ – долгота точки пересечения истинного экватора и фиксированной эклиптики эпохи, отсчитываемая вдоль мгновенной эклиптики,

$$\begin{aligned}\Delta\psi_1 \sin \omega_A &= \Delta\psi \sin \varepsilon_A \cos \chi_A - \Delta\varepsilon \sin \chi_A, \\ \Delta\varepsilon_1 &= \Delta\psi \sin \varepsilon_A \sin \chi_A + \Delta\varepsilon \cos \chi_A.\end{aligned}$$

Матрицу, образованную произведением трёх матриц поворота

$$R_3(-E) \cdot R_2(-d) \cdot R_3(E),$$

представим, тождественно, как

$$\begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix},$$

где $a = 1/(1 + Z)$.

Методика описания движения полюса мира с помощью параметров X, Y, Z является интересной альтернативой классическому подходу.

В резолюции В1.8 она будет дополнена определением начальной точки на промежуточном экваторе. Такое определение призвано заменить понятие точки весеннего равноденствия.

В электронном приложении к данной публикации содержатся тексты подпрограмм на алгоритмическом языке Паскаль для вычисления величин $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$, X , Y на заданную юлианскую дату. Численные значения коэффициентов тригонометрических рядов модели прецессии-нутации IAU2000A получены из электронных версий таблиц, опубликованных в Интернете по адресу

<http://maia.usno.navy.mil/conv2000/chapter5/>.

Тексты процедур составлены для вычислений в двух вариантах: численные значения коэффициентов находятся либо в оперативной памяти компьютера, либо один за другим считываются с жёсткого диска. Вторым вариантом используется минимальный размер оперативной памяти, но время вычислений увеличивается примерно в пять раз.

Несколько значений параметров приведены в таблице.

<i>date</i>	<i>hour</i>	$\Delta\psi$	$\Delta\varepsilon$	X	Y
01.01.2000	12 ^h	−13″931996	−5″769292	−5″558090	−5″776282
01.01.2020	12 ^h	−16″516795	−1″683484	394″226410	−2″562533
01.01.2040	12 ^h	−15″538582	2″419298	795″421181	−1″127791
01.01.2060	12 ^h	−11″596125	5″936281	1197″770339	−2″090718
01.01.2080	12 ^h	−4″935103	8″247686	1601″147154	−6″085055

Вычисления показали, что планетные члены, вошедшие в тригонометрические ряды нутации, дают вклад менее одной миллисекунды дуги.

4 Параметры вращения Земли

4.1 Варианты преобразований

Стандартное преобразование между земной (TRS) и небесной (CRS) системами координат выполняется по формуле

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{(CRS)} = P' \cdot \bar{N}' \cdot R_3(-S_{\oplus}) \cdot R_1(y_p) \cdot R_2(x_p) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{(TRS)}$$

где P – матрица прецессии, \bar{N} – матрица нутации, S_{\oplus} – гринвичское истинное звёздное время, x_p, y_p – координаты полюса. Верхний штрих означает транспонирование соответствующей матрицы.

Резолюции МАС 1976 года и 1980 года закрепили модели для вычисления параметров прецессии и нутации, задающих движение небесного эфемеридного полюса. Величины x_p, y_p и $\Delta UT = UT1 - UTC$ являются продуктом наблюдательной деятельности. Разность $\Delta UT = UT1 - UTC$ всемирного времени и всемирного координированного времени входит в формулу для вычисления гринвичского среднего звёздного времени как функции всемирного времени:

$$S_{\oplus}^m \text{ в } 0^h \text{ UT1} = 6^h 41^m 50^s 54841 + 8640184^s 812866 \cdot T_U + 0^s 093104 \cdot T_U^2 - 6^s 2 \cdot 10^{-6} \cdot T_U^3,$$

где T_U – время, отсчитываемое в юлианских столетиях по 36525 суток в системе всемирного времени UT1 от эпохи 2000, январь 1, 12^h UT1 (JD2451545.0). Промежуток звёздного времени от 0^h UT1 до момента наблюдений равен

$$S_{\oplus}^m = S_{\oplus}^m \text{ в } 0^h \text{ UT1} + r \cdot [(UT1-UTC)+UTC],$$

где

$$r = 1.002737909350795 + 5.9006 \cdot 10^{-11} \cdot T_U - 5.9 \cdot 10^{-15} \cdot T_U^2.$$

Истинное и среднее звёздное время S_{\oplus}^m связаны соотношением

$$S_{\oplus} = S_{\oplus}^m + \Delta\psi \cdot \cos \varepsilon_A.$$

Особенности стандартного варианта очевидны: угол, определяемый параметром звёздное время, отсчитывается от точки весны, которая перемещается по подвижному экватору вследствие прецессии и нутации, формула для S_{\oplus} записана с точностью до первого порядка относительно малых величин – параметров нутации.

В семидесятых годах двадцатого века был предложен второй подход, использующий новые понятия: “невращающаяся начальная точка” (non-rotating origin) и угол поворота Земли (Earth Rotation Angle, ERA). Преобразование между системами координат имеет похожий вид

$$[\text{CRS}] = Q(t)R(t)W(t) [\text{TRS}],$$

где

$Q(t)$ — матрица, представляющая движение небесного полюса в небесной опорной системе,

$R(t)$ — матрица вращения Земли вокруг оси, определяемой небесным полюсом,

$W(t)$ — матрица, обусловленная движением полюса Земли относительно небесного полюса,

однако алгоритм вычисления элементов матриц существенно отличается от используемого ранее.

В первом компоненте, $W(t)$, появляется добавка – малый угол s'

$$W(t) = R_3(-s') \cdot R_1(y_p) \cdot R_2(x_p),$$

второй компонент — матрица поворота по часовой стрелке на угол вращения Земли θ

$$R(t) = R_3(-\theta),$$

а матрица $Q(t)$ состоит из произведения четырёх матриц

$$Q(t) = R_3(-E) \cdot R_2(-d) \cdot R_3(E) \cdot R_3(s).$$

Параметр s' задаёт положение **земной** начальной точки на небесном промежуточном экваторе, не участвующей в движении промежуточного экватора относительно экватора земной опорной системы координат вследствие движения полюса. В пятой главе IERS Conventions 2000 рекомендована простая формула

$$s' = -0''.000047 \cdot t,$$

где, как и прежде, t – число юлианских столетий, отсчитываемое от стандартной эпохи J2000.0.

Величина s определяет положение **небесной** начальной точки на небесном промежуточном экваторе, не принимающей участие в общем движении промежуточного экватора относительно небесной опорной системы отсчёта.

Именно этот вариант преобразования постулируется резолюцией B1.8.

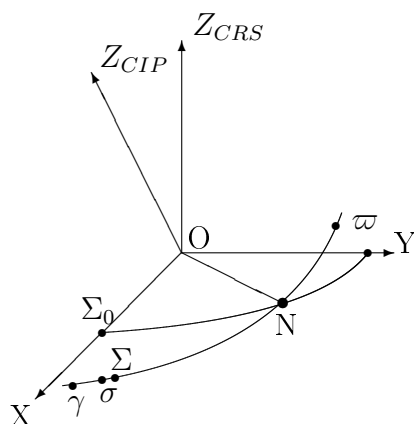


Рис. 6: Небесный промежуточный экватор

На рис. 6
 плоскость XOY – экватор геоцентрической небесной опорной системы отсчёта,
 точка N – восходящий узел небесного промежуточного экватора на опорном экваторе,

γ – положение истинной точки весеннего равноденствия,
 σ – положение небесной начальной точки на небесном промежуточном экваторе (celestial non-rotating origin),

ϖ – положение земной начальной точки на небесном промежуточном экваторе (terrestrial non-rotating origin),

$$\text{дуга } \widehat{\Sigma_0 N} = 90^\circ + E,$$

$$\text{дуга } \widehat{\Sigma N} = 90^\circ + E,$$

$$\text{угол } \angle \Sigma_0 N \Sigma = d,$$

$$\text{дуга } \widehat{\sigma \Sigma} = s,$$

$$\text{дуга } \widehat{\sigma \varpi} = \theta \text{ – угол поворота Земли (Earth Rotation Angle, ERA),}$$

$$\text{дуга } \widehat{\gamma \varpi} = S_\oplus \text{ – истинное гринвичское звёздное время.}$$

По определению, точка σ не должна принимать участие в поворотах промежуточного экватора, обусловленных прецессией и нутацией, следовательно длина дуги $\widehat{\sigma \Sigma}$ является переменной величиной и вычисляется на основе кинематического соотношения – интеграла по времени от угловой скорости вращения точки Σ относительно оси OZ небесной опорной системы отсчёта. Z -компонента вектора угловой скорости складывается из двух частей:

1. $+\dot{E} \cdot \cos d$ – поворот вдоль промежуточного экватора,
2. $-\dot{E}$ – поворот вдоль экватора небесной опорной системы,

что приводит к формуле

$$s(t) = \widehat{\sigma \Sigma} = - \int_{t_0}^t \dot{E} \cdot (1 - \cos d) dt,$$

или, тождественно, к выражению

$$s(t) = - \int_{t_0}^t \frac{X(t)\dot{Y}(t) - Y(t)\dot{X}(t)}{1 + Z(t)} dt.$$

Для параметра s' имеем кинематическое соотношение

$$s'(t) = + \int_{t_0}^t \frac{x_p \dot{y}_p - y_p \dot{x}_p}{2} dt,$$

знаменатель подинтегрального выражения с большим запасом точности заменён на число 2.

4.2 Резолюции В1.7 и В1.8 24-ой Генеральной ассамблеи МАС

Резолюция В1.7. Определение небесного промежуточного полюса

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

отмечая

необходимость аккуратного определения опорных систем в связи с беспрецедентной точностью наблюдений, и

признавая

1. необходимость уточнить направление оси, по отношению к которой определяется угол вращения Земли, и
2. что определение небесного эфемеридного полюса (Celestial Ephemeris Pole, CEP) не принимает во внимание суточные и более высокочастотные вариации ориентации Земли,

рекомендует

1. небесным промежуточным полюсом (Celestial Intermediate Pole, CIP) называть полюс, положение которого в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта (GCRS, resolution В1.3) задаётся движением тиссерановых средних осей Земли с периодами, большими двух суток,
2. чтобы направление небесного промежуточного полюса (CIP) в стандартную эпоху J2000.0 было смещено от направления полюса геоцентрической небесной опорной системы (GCRS) в полном соответствии с моделью прецессии-нутаии МАС 2000А (Резолюция В1.6),

3. чтобы движение небесного промежуточного полюса в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта представлялось моделью МАС 2000А для прецессии и вынужденной нутации с периодами, большими двух суток, и добавочными поправками, зависящими от времени и определяемыми Международной службой вращения Земли (IERS) на основе астрономических и геодезических наблюдений,
4. чтобы положение небесного промежуточного полюса в Международной земной опорной системе отсчёта (International Terrestrial Reference System, ITRS) определялось Международной службой вращения Земли на основе соответствующих астрономических и геодезических наблюдений и моделей, включающих в себя вариации высокой частоты,
5. чтобы при высочайшей точности наблюдательных данных значимость поправок к моделям движения небесного промежуточного полюса могла быть оценена с использованием процедур, создаваемых и уточняемых Международной службой вращения Земли, и
6. чтобы данное определение небесного промежуточного полюса вступило в силу с 1 января 2003 года.

Замечания

Вынужденная нутация с периодами менее, чем двое суток, включается в модель движения небесного промежуточного полюса в Международной земной опорной системе отсчёта.

*Тиссерановы средние оси Земли соответствует географическим осям на средней поверхности, обозначенным В осями в публикации Seidelmann P., 1982, *Celestial Mechanics*, **27**, 79-106.*

Как следует из данной резолюции, понятие небесного эфемеридного полюса выходит из употребления.

Резолюция В1.8. Определение и использование терминов небесная и земная эфемеридные начальные точки

24-ая Генеральная ассамблея Международного астрономического союза,

принимая во внимание

1. необходимость доопределения некоторых понятий в рамках опорных систем, соответствующих точности современных наблюдений и согласованных с принятыми условиями установления систем отсчёта,
2. необходимость строгого определения понятия вращения Земли относительно звёзд, и
3. желание представить вращение Земли независимо от её орбитального движения, и

отмечая

что использование понятия “невращающейся начальной точки” (Guinot, 1979) на подвижном экваторе полностью соответствует условиям, сформулированным выше, и позволяет дать определение всемирного времени UT1 (Universal Time), нечувствительное к изменениям в моделях прецессии и нутации на микросекундном уровне,

рекомендует

1. использовать “невращающуюся начальную точку” в геоцентрической небесной опорной системе отсчёта (GCRS) и обозначать её как небесную эфемеридную начальную точку (Celestial Ephemeris Origin, CEO) на экваторе, соответствующем небесному промежуточному полюсу (Celestial Intermediate Pole, CIP),
2. использовать “невращающуюся начальную точку” в Международной земной опорной системе отсчёта (ITRS) и обозначать её

как земную эфемеридную начальную точку (Terrestrial Ephemeris Origin, ТЕО) на экваторе, соответствующем небесному промежуточному полюсу (СІР),

3. угол вращения Земли (Earth Rotation Angle) считать прямо пропорциональным всемирному времени UT1 и определять как угол, измеряемый вдоль небесного промежуточного экватора между единичными векторами, направленными в небесную и земную эфемеридные начальные точки (СЕО и ТЕО),
4. чтобы преобразование между земной и небесной опорными системами отсчёта определялось положениями небесного промежуточного полюса в этих системах и углом вращения Земли,
5. чтобы Международная служба вращения Земли предприняла шаги для вступления этих рекомендаций в силу с 1 января 2003 года, и
6. чтобы Международная служба вращения Земли продолжала обеспечивать пользователей данными и алгоритмами для вычислений в соответствии с принятыми постановлениями.

Замечание

Положение небесной эфемеридной начальной точки может быть вычислено на основе модели МАС 2000А прецессии и нутации небесного промежуточного полюса и текущих значений смещения небесного промежуточного полюса относительно полюса Международной опорной системы координат (ICRF) в стандартную эпоху J2000.0 с использованием соотношений, данных в статье Capitaine et al.(2000).

Положение земной эфемеридной начальной точки имеет слабую зависимость от движения полюса и может быть экстраполировано с использованием данных Международной службы вращения Земли способом, указанным в той же статье.

Линейная зависимость между углом вращения Земли θ и всемирным временем $UT1$ должна обеспечивать непрерывность по фазе и темпу $UT1$ со значением, полученным на основе принятой связи гринвичского среднего звёздного времени (*Greenwich Mean Sidereal Time, GMST*) и $UT1$. Это достигается следующим соотношением:

$$\theta(UT1) = 2\pi(0.7790572732640 + 1.00273781191135448 \times (\textit{Julian UT1 date} - 2451545.0)).$$

Литература

Guinot, B., 1979, in D.D. McCarthy and J.D. Pilkington (eds.), *Time and the Earth's Rotation*, D. Reidel Publ., 7-18.

Capitaine, N., Guinot, B., McCarthy, D.D., 2000, "Definition of the Celestial Ephemeris Origin and of $UT1$ in the International Celestial Reference Frame", *Astron. Astrophys.*, **355**, 398–405.

4.3 Точность — микросекунда

В электронном приложении к данной публикации содержатся тексты подпрограмм на алгоритмическом языке Паскаль для вычисления величин $s(t)$, S_{\oplus} на заданную юлианскую дату. Несколько значений параметров в секундах дуги приведены в таблице

<i>date</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>s(t)</i>
01.01.2000 12 ^h JD2451545.0	−5 ^{''} 558090	−5 ^{''} 776282	−0 ^{''} 002090
01.01.2020 12 ^h JD2458850.0	394 ^{''} 226410	−2 ^{''} 562533	0 ^{''} 000148
01.01.2040 12 ^h JD2466155.0	795 ^{''} 421181	−1 ^{''} 127791	−0 ^{''} 003305
01.01.2060 12 ^h JD2473460.0	1197 ^{''} 770339	−2 ^{''} 090718	−0 ^{''} 009000
01.01.2080 12 ^h JD2480765.0	1601 ^{''} 147154	−6 ^{''} 085055	−0 ^{''} 011170

Параметр $s(t)$ может быть вычислен либо на основе полиномиальных и тригонометрических разложений, содержащих около 70 слага-

емых и опубликованных в IERS Conventions 2000, либо интегрированием выражения

$$s(t) = - \int_{t_0}^t \frac{X(t)\dot{Y}(t) - Y(t)\dot{X}(t)}{1 + Z(t)} dt$$

одним из численных методов, методом трапеций, например. В этом случае сами величины X, Y определяют с помощью модели прецессии-нутаии IAU2000A с учётом параметров смещения, а производные по времени находят численным дифференцированием. Начальное значение $s(t_0) = -0''.0020902789$, где t_0 соответствует эпохе J2000.0. Второй способ – численное интегрирование – более точный, но менее удобный, использование его в качестве эталона показало, что на интервале 100 лет первый способ даёт надёжные результаты с точностью до одной микросекунды дуги.

На рис. 7 представлен график изменения во времени величины $s(t)$, или, другими словами, углового расстояния точки Σ от небесной эфемеридной начальной точки σ .

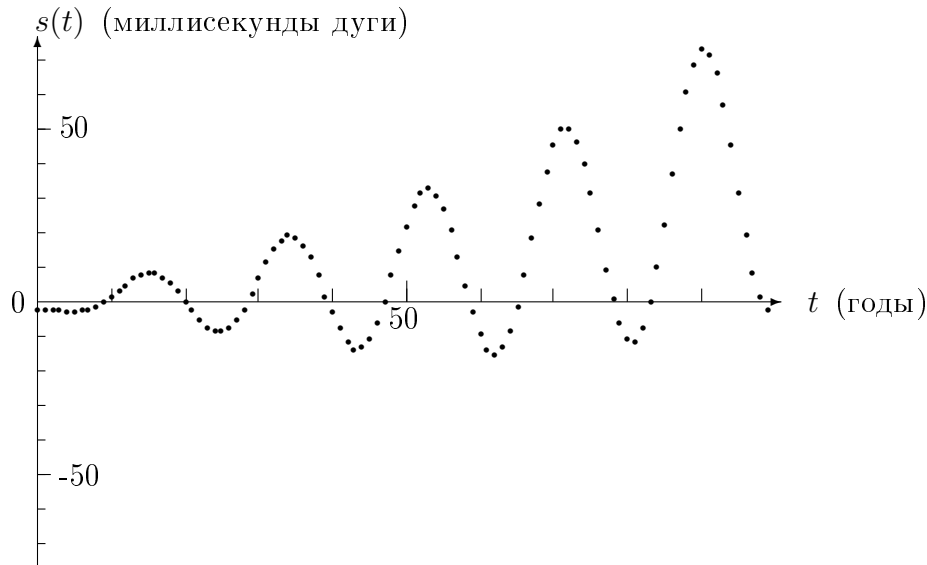


Рис. 7: Изменение параметра $s(t)$ за сто лет от эпохи J2000.0

Новая модель прецессии и нутаии определяет зависимость гринвичского истинного звёздного времени S_{\oplus} от всемирного времени

$UT1$, отличную от предшествующей модели. Численные значения коэффициентов опубликованы в IERS Conventions 2000, модель содержит менее 40 слагаемых, к ним надо добавить значение угла поворота Земли $\theta(UT1)$ и величину $\Delta\psi \cdot \cos \varepsilon_A$. На рис. 8 представлена разность значений величин S_{\oplus} , вычисляемых на основе предыдущей и новой теорий вращения Земли.

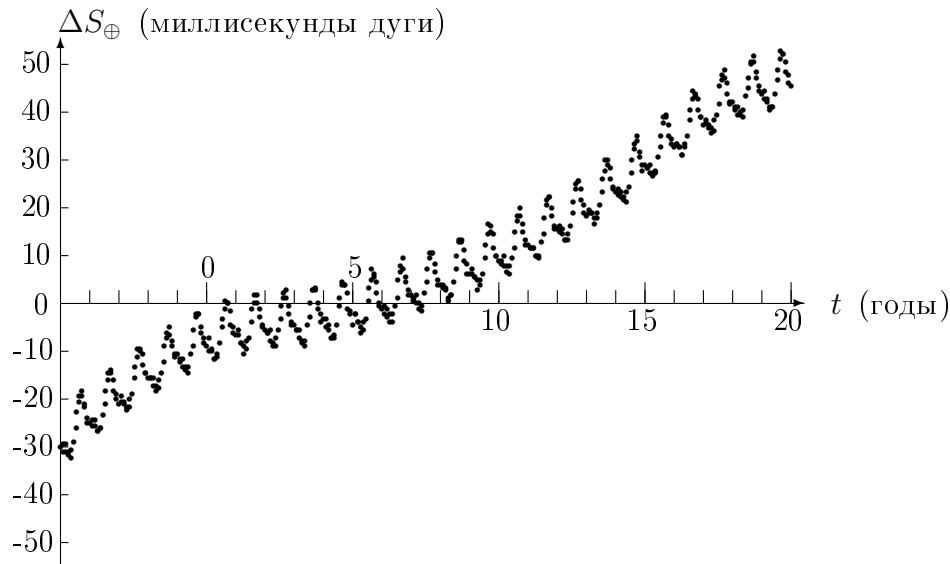


Рис. 8: Отличия шкал звездного времени

Следует заметить, что в соответствии с новыми резолюциями Международного астрономического союза понятие гринвичского звёздного времени, вслед за столь же привычными астрономам терминами эклиптика, средний подвижный экватор и весеннее равноденствие, становятся необязательными. Небесный промежуточный полюс (CIP), угол вращения Земли (ERA) и небесная эфемеридная начальная точка (CEO) полностью определяют матрицу преобразования между промежуточным экватором и геоцентрической небесной опорной системой координат.

Рекомендация 4 резолюции B1.7 означает следующее: к координатам полюса $(x_p, y_p)_{IERS}$, определяемым на основе наблюдений, необходимо добавлять небольшие теоретические поправки, обусловленные океаническими приливами и нутационными слагаемыми, имею-

щими период менее двух суток:

$$(x_p, y_p) = (x_p, y_p)_{IERS} + (\Delta x_p, \Delta y_p)_{tidal} + (\Delta x_p, \Delta y_p)_{nutatation}.$$

Разложения $(\Delta x_p, \Delta y_p)_{tidal}$ содержат численные значения коэффициентов при синусах и косинусах для 71 аргумента. Относительно поправок $(\Delta x_p, \Delta y_p)_{nutatation}$ в IERS Conventions 2000 сказано, что слагаемым нутации земной оси с периодом около суток соответствуют долгопериодические вариации в движении полюса, а полусуточной нутации соответствуют колебания полюса с суточным периодом. Все необходимые данные для вычислений как первой, так и второй поправок можно найти в IERS Conventions 2000.

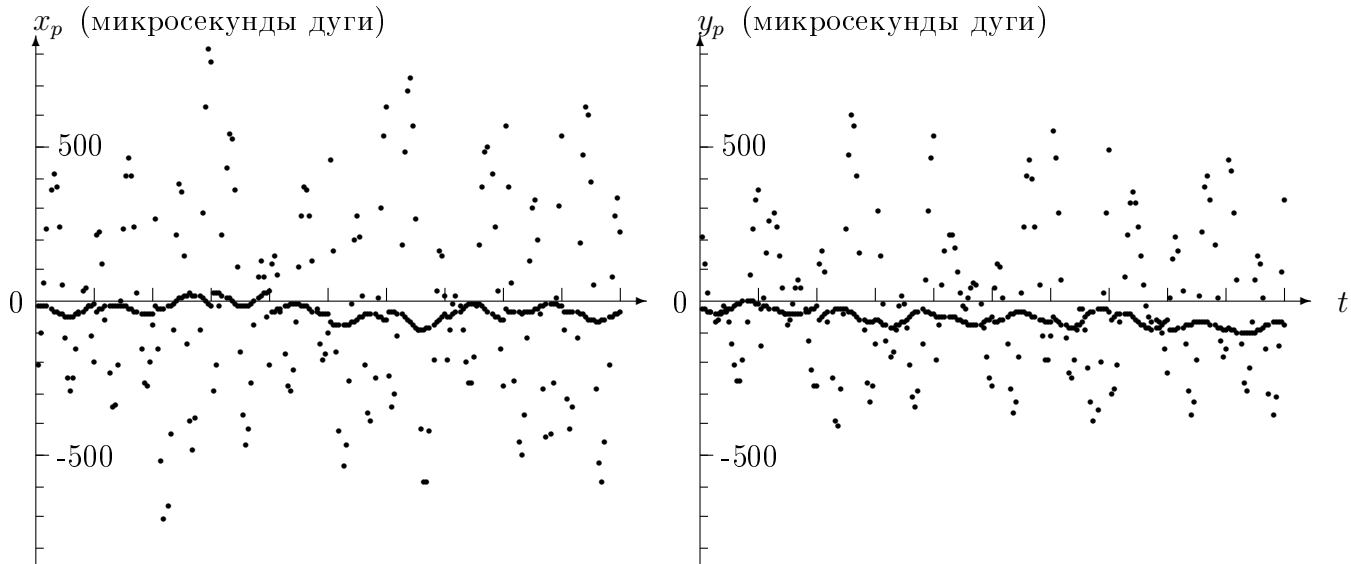


Рис. 9: Теоретическая часть движения полюса

Рис. 9 предназначен для иллюстрации вариаций моделируемой части движения полюса. Единица измерений по оси абсцисс равна одним суткам, но каждый следующий суточный интервал отстоит от предыдущего на 300 суток. Точки, рассеянные по графику, относятся к возмущениям от океанических приливов. Поправки, возникающие вследствие нутации, на порядок меньше по амплитуде и выделяются на графике как точки, группирующиеся в кривые с суточным периодом. На этих же кривых, идущих близко от оси абсцисс, заметны

долгопериодическая составляющая и вековой ход.

Послесловие

В соответствии с рекомендациями 24-ой Генеральной ассамблеи МАС астрономические ежегодники будут публиковать таблицы численных значений следующих параметров вращения Земли

$$X(TT), Y(TT), s(TT), \theta(UT1), (\Delta x_p, \Delta y_p)_{tidal}, (\Delta x_p, \Delta y_p)_{nutation},$$

и численные значения девяти элементов матрицы $Q(TT)$ – матрицы перехода от системы небесного промежуточного экватора в геоцентрическую небесную опорную систему координат.

Международная служба вращения Земли в своих бюллетенях, циркулярах и технических отчётах, опираясь на результаты оперативной обработки наблюдений, станет публиковать поправки $\delta X, \delta Y$ к координатам небесного промежуточного полюса, эмпирические значения параметров $(x_p, y_p)_{IERS}$, s' и разности $\Delta UT1 = UT1 - UTC$.

Сэр Саймон Ньюком прекрасно сознавал, что предлагаемая им система основных вычислений астрономии нуждается в постоянном совершенствовании. Для нескольких параметров не было дано чётких определений, численные значения некоторых постоянных величин невозможно было получить непосредственно из наблюдений. Геометры девятнадцатого века решили очень трудную задачу: им удалось связать в одно целое всемирный закон тяготения, законы движения и вращения материальных тел и каталоги положений небесных светил. Проблема улучшения стандарта была оставлена для следующих поколений. Постановления 24-ой Генеральной ассамблеи МАС являются и очередным приближением в решении важной задачи, и уверенным шагом в науку и технику 21-ого века.