

*Памяти своего учителя,
профессора Московского университета
Георгия Николаевича Дубошина,
посвящает автор эту книгу*

Введение

Основной задачей небесной механики является задача трёх тел. Однако неприступная сложность решения заставляет нас обращаться к исследованию её упрощённых вариантов. В данной работе мы поставили своей целью изложить результаты исследования задачи двух неподвижных центров, введённой в астрономию великим Леонардом Эйлером.

В своём сочинении [1.1], где эта задача впервые была сформулирована, он пишет:

“Представляемая проблема кажется настолько же важной, сколь и трудной. Сейчас считается общепризнанным, что решением задачи трёх тел, взаимодействующих по закону обратных квадратов расстояний, астрономия была бы доведена до совершенства. Однако все попытки математиков, предпринятые до настоящего времени, оказались тщетными; несмотря на значительный прогресс, достигнутый в этом направлении, на пути оказались непреодолимые трудности. Поэтому будут важны любые шаги к заветной цели. Ввиду этого я занялся решением задачи, в которой два тела удерживаются в неподвижности и исследуется движение третьего, притягивающегося к ним по упомянутому закону.

Я считаю, что всякий, предпринявший попытку решения этой задачи, столкнётся с трудностями по-

чти столь же непреодолимыми, как и в указанной выше фундаментальной проблеме астрономии. По крайней мере, не преодолев меньших трудностей, не победить и больших. После множества бесплодных попыток я нашёл решение задачи благодаря случайной ошибке. Найдя решение, я заметил, что среди бесконечного разнообразия траекторий движения тела, притягивающегося к двум неподвижным центрам, зависящих от начальной скорости и направления движения, имеются алгебраические кривые. Их поиск, требующий использования новых методов анализа, показался мне достойным внимания господ математиков и лежит в основе рассматриваемой задачи.

Для того, чтобы преуспеть в решении, необходимо сделать следующее.

В первую очередь, необходимо найти между вторыми производными соотношения, замыкающие общие уравнения движения тела.

Во вторую очередь, необходимо проинтегрировать эти соотношения, чтобы получить дифференциальные уравнения первого порядка, содержащие законы движения.

В-третьих, необходимо преобразовать эти уравнения так, чтобы переменные разделились и задачу можно было бы решить в квадратурах.

В-четвёртых, наконец, следует найти случаи, когда траектория становится алгебраической кривой”.

При современном рассмотрении задачи представляется целесообразным дополнить эту программу ещё тремя пунктами:

– найти аналитическое решение задачи;

- исследовать качественные свойства траекторий движения;
- установить классификацию всех типов траекторий.

Изложению результатов осуществления такой расширенной программы и посвящена настоящая работа. Предпочтение было отдано лаконичному стилю изложения, однако необходимые для студентов сведения из механики и математики мы всё же сочли нужным включить в нашу работу. Так, в книге изложена теория канонических уравнений, теорема Бонне, приведены доказательства теорем Лиувилля и теоремы Пуанкаре о возвращаемости фазовых траекторий. Дается подробная классификация траекторий в задаче двух неподвижных центров. В конце книги приведена краткая история исследований задачи. Приложение содержит сведения о решении дифференциальных уравнений при помощи \wp -функции Вейерштрасса.

При написании данного сочинения был использован материал курса лекций, который читался автором систематически с 1987 года на астрономическом отделении физического факультета Московского государственного университета.

Игорь Анатольевич работал над этой книгой много лет.

В разные годы сотрудники ГАИШ Л.П.Грибко, С.А.Казарян, М.В.Молодяну, И.А.Рощина, В.Н.Семенов, Д.А.Тагаева, Э.В.Тихонова, О.П.Шустова оказывали большую техническую помощь в подготовке вариантов рукописи.

Перевод сочинения Леонарда Эйлера выполнил В.Н.Семенов. Именно в его переводе даны цитаты в данной книге.

По просьбе Учёного совета ГАИШ МГУ важную работу по редактированию текста провёл профессор Е.А.Гребеников.

Комиссия по научному наследию проф. И.А.Герасимова.