

УДК 521.13

**И.А.Герасимов. Задача двух неподвижных центров Л.Эйлера.
М., 2006 — 156 с., 59 рис., 16 табл.**

В книге рассмотрена задача Л.Эйлера о движении точки в ньютоновском поле притяжения двух неподвижных центров. Изложено аналитическое решение задачи. Дана классификация траекторий. Кроме того, изложена теория канонических уравнений, теорема Бонне, а также теоремы Лиувилля и Пуанкаре, относящиеся к фундаментальным проблемам аналитической динамики. Книга предназначена для студентов и специалистов, работающих в астрономии и механике.

I.A.Gerasimov. Euler Problem Two Immovable Centers.

Motion of a point in the Newtonian field of attraction produced by two immovable centers is considered in terms of Euler's problem. Analytical solution of the problem is given and the types of trajectories is ascertained. The theory of canonical equations is expounded along with Bonnet theorem, Liouville theorem and Poincare theorem, pertaining to the fundamental problems of the analytical dynamics.

The book is intended for students and researchers dealing with astronomy and mechanics.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Е.А.Гребеников
кандидат физико-математических наук В.В.Чазов.

Печатается по постановлению Учёного совета Государственного астрономического института им. П.К.Штернберга (программа издания учебной литературы к 250-летию Московского университета и 175-летию ГАИШ МГУ).

ISBN 5 - 9900315 - 1 - 5

© И.А.Герасимов, текст, 2004 г.

© ГАИШ МГУ, 2006 г.

Содержание	
Введение	7
§1. Уравнения движения	10
§2. Области возможности движения	13
§3. Теорема Бонне	19
§4. Преобразования канонических уравнений	23
§5. Замена системы координат	36
§6. Общий интеграл задачи	44
§7. Определение типов траекторий	49
§8. Качественный анализ свойств траекторий	61
§9. Возвращаемость фазовых траекторий	70
§10. Исследование первых интегралов	75
§11. Классификация ограниченных траекторий	92
§12. Классификация неограниченных траекторий	99
§13. Краткий исторический очерк	123
Заключение	137
Приложение. \wp -функция Вейерштрасса	138
Литература	151

Список иллюстраций

1.1	Постановка задачи	10
2.1	Кривые нулевых скоростей	17
2.2	Положение точки либрации	18
5.1	Эллипсы и гиперболы	40
5.2	Предельные значения	41
7.1	Типы траекторий для изображающей точки	50
7.2	Основные полиномы, кратные корни по λ и μ	54
7.3	Точка либрации	55
7.4	Основные полиномы, $\lambda_2 > 1$ и $\mu_1 = \mu_2 < x_L$	56
7.5	Гипербола $\mu = \mu_1$ оказалась асимптотой	56
7.6	Основные полиномы, $\lambda_1 = \lambda_2 > 1$	57
7.7	Основные полиномы, $\lambda_1 > 1$ и $\lambda_2 > 1$	58
7.8	Между эллипсами $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_2$	58
7.9	Основные полиномы, $\lambda_1 < 0$ и $\mu_1 = \mu_2 < 0$	59
7.10	Основные полиномы, $\lambda_1 < 0$ и $\mu_1 < \mu_2 < 0$	60
7.11	Между гиперболами $\mu = \mu_1$ и $\mu = \mu_2$	60
8.1	Вогнутость траектории	61
8.2	Планетный тип траектории, не так и так	62
8.3	Кометный тип траектории, не так и так	62
8.4	Периодические движения, $N = 2$	65
8.5	Периодические движения, $N = 4$	66
8.6	Периодические движения, $N = 3$	67
9.1	Теорема Лиувилля	71
9.2	Теорема Пуанкаре	73
10.1	$L(\lambda) = 0$. Ветви кривых кратных корней	76
10.2	$L(\lambda) = 0$ и $M(\mu) = 0$. О том же	81
10.3	$M(\mu) = 0$. Массы равны	82
10.4	Области возможных движений: 41 множество	83
10.5	Вновь массы равны	84

11.1	Типы траекторий: 1, 2, 3	93
11.2	Типы траекторий: 4, 5, 6, 7	94
11.3	Типы траекторий: 8, 9, 10, 11, 12	95
11.4	Типы траекторий: 13, 14	96
11.5	Типы траекторий: 15, 16	96
11.6	Типы траекторий: 17, 18	97
11.7	Типы траекторий: 19, 20	97
11.8	Типы траекторий: 21, 22	98
11.9	Типы траекторий: 23, 24	98
12.1	Типы траекторий: 25, 26, 27, 47	104
12.2	Тип траекторий: 28	107
12.3	Типы траекторий: 29, 32	108
12.4	Тип траекторий: 30	108
12.5	Тип траекторий: 31	110
12.6	Тип траекторий: 33	110
12.7	Тип траекторий: 34	111
12.8	Типы траекторий: 35, 39	112
12.9	Тип траекторий: 36	112
12.10	Типы траекторий: 37, 41	113
12.11	Тип траекторий: 38	115
12.12	Тип траекторий: 40	115
12.13	Траектории 42 типа	116
12.14	Траектории 43 типа	116
12.15	Траектории 44 типа	117
12.16	Траектории 45 типа	117
12.17	Траектории 46 типа	119
14.1	Полином $P_3(z)$, ($\Delta > 0$)	140
14.2	Полином $P_3(z)$, ($\Delta < 0$)	141
14.3	Полином $P_4(z)$, ($\Delta > 0$)	148
14.4	Полином $P_4(z)$, ($\Delta < 0$)	150

Список таблиц

2.1	Значения постоянной энергии	18
8.1	Коэффициенты l_1, l_2	64
8.2	Резонансные соотношения	68
10.1	Расположение корней	80
10.2	Расположение корней. Массы равны	82
10.3	Характеристики возможных траекторий	85
10.4	Массы равны. Характеристики траекторий	90
10.5	Сравнение результатов	91
11.1	Классификация ограниченных траекторий	92
12.1	Система обозначений	102
12.2	Знаки дискриминантов Δ_1 и Δ_2	102
12.3	Траектории четырёх типов	104
12.4	Характеристики траекторий 28–33-ого типов	109
12.5	Характеристики траекторий 34–41-ого типов	114
12.6	Характеристики траекторий 42-ого и 43-ого типов	114
12.7	Характеристики траекторий 44–46-ого типов	118